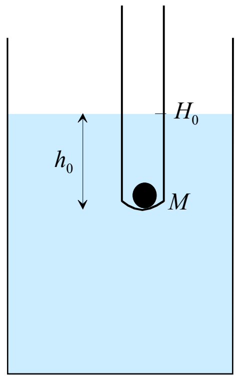
## EXPERIÊNCIA 1: Pesa-espíritos

EXEMPLO DE RESOLUÇÃO:

Esquema da montagem:




As seguintes considerações devem ser feitas inicialmente ou ao longo do trabalho:

$M$ = massa do tubo + massa adicionada necessária para o equilibrar na vertical.
$V_0 = h_0\, \pi\, r^2$ volume de tubo imerso em equilíbrio com a massa $M$ ($r$ é o raio externo da secção do tubo de ensaio e $h_0$ o comprimento da parte imersa do tubo).

Nestas condições de equilíbrio o peso total do tubo é igual à força de impulsão do líquido:

$$P = I$$

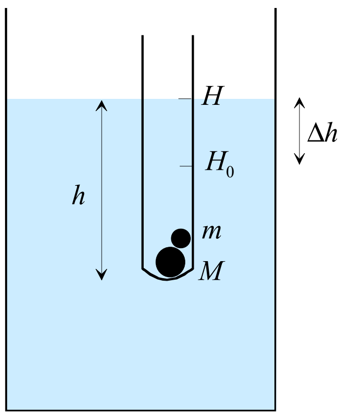
ou

$$M\, g = V_0\, \rho_L\, g$$

em que $\rho_L$ é a densidade do líquido e $g$ a aceleração da gravidade. Ou seja

$$M = V_0\, \rho_L$$

Ao adicionarmos uma massa $m$ o tubo mergulha até atingir uma nova posição de equilíbrio.



Na nova posição de equilíbrio:

$$(M + m)\, g = V\, \rho_L\, g$$
$$M + m = V_0\, \rho_L + \Delta V\, \rho_L$$
$$m = \Delta V\, \rho_L$$

Como $\Delta V = \pi\, r^2\, \Delta h$ vem

$$m = \pi\, r^2\, \Delta h\, \rho_L$$

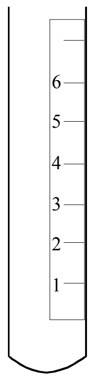
$$\boxed{\Delta h = \frac{1}{\rho_L\, \pi\, r^2}\, m}$$

A constante de proporcionalidade entre a altura a que mergulha o tubo e a massa adicionada depende da densidade do líquido e do raio da secção do tubo.

## A) MÉTODO ESTÁTICO

**1 -**

Para se poder determinar o nível a que o tubo está mergulhado foi introduzido dentro deste um pedaço de folha de papel milimétrico com uma escala marcada:



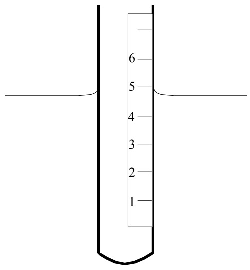

Massa do tubo já com o papel milimétrico, $M_{tubo}$ = 78,8 g ± 0,1g
Nº de grãos de chumbo adicionados = 80
Massa de chumbo adicionado: 80 × (0,88 g ± 0,01 g) = 70,4 g ± 0,8 g
Massa total do tubo+chumbo:

$M$ = (78,8 g ± 0,1 g) + (70,4 g ± 0,8 g) = 149,2 g ± 1,7 g
$M$ = 0,1492 kg ± 0,0017 kg

Diâmetro do tubo de ensaio (paquímetro): $d$ = 29,70 mm ± 0,05 mm

Raio do tubo: $r$ = 14,85 mm ± 0,03 mm
$r$ = 0,01485 m ± 0,00003 m

Profundidade a que mergulha o tubo com a massa $M$: $h_0$ = 11,9 cm ± 0,1 cm (o valor de $h$ foi sempre medido na parte superior do menisco)




**2 -**

Para determinar a dependência da profundidade a que o tubo mergulha em função da massa adicionada fomos adicionando 10 esferas de cada vez e registando a profundidade a que o tubo atingia o equilíbrio. Os resultados estão na seguinte tabela

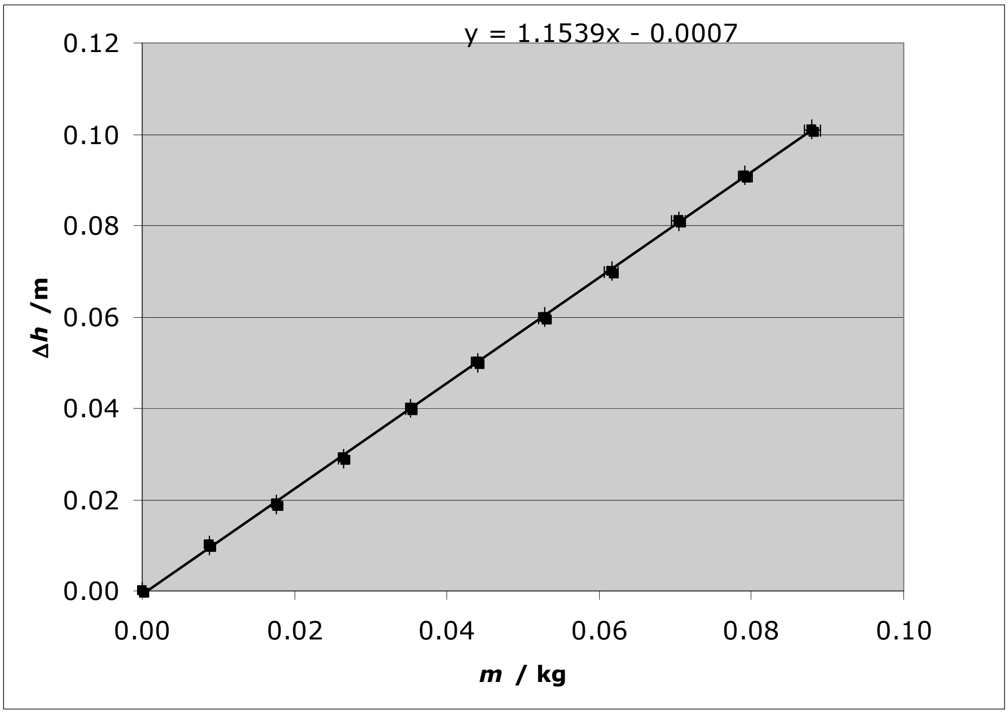
| **Nº de esferas de chumbo adicionadas** | **Profundidade** ***h*** **/cm (± 0,1 cm)** |
|---|---|
| 0 | 11,9 |
| 10 | 10,9 |
| 20 | 10,0 |
| 30 | 9,0 |
| 40 | 7,9 |
| 50 | 6,9 |
| 60 | 5,9 |
| 70 | 4,9 |
| 80 | 3,8 |
| 90 | 2,8 |
| 100 | 1,8 |

Na seguinte tabela mostram-se os valores determinados bem como a massa total adicionada, *m*, e a variação de altura, Δ*h*:

| **Nº esferas** | $m \times 10^3$ **/ kg** | ***h*** **/ m (± 0,001 m)** | **Δ*h*** **/ m (± 0,002 m)** |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0,119 | 0 |
| 10 | 8,80 ± 0,03 | 0,109 | 0,010 |
| 20 | 17,60 ± 0,05 | 0,100 | 0,019 |
| 30 | 26,40 ± 0,05 | 0,090 | 0,029 |
| 40 | 35,20 ± 0,06 | 0,079 | 0,040 |
| 50 | 44,00 ± 0,07 | 0,069 | 0,050 |
| 60 | 52,80 ± 0,08 | 0,059 | 0,060 |
| 70 | 61,60 ± 0,08 | 0,049 | 0,070 |
| 80 | 70,40 ± 0,09 | 0,038 | 0,081 |
| 90 | 79,20 ± 0,09 | 0,028 | 0,091 |
| 100 | 88,0 ± 0,1 | 0,018 | 0,101 |

**3 -**

Na figura seguinte mostra-se o gráfico dos resultados com a indicação do erro nas medidas. O erro nas massas (Δ*m*) é muito pequeno e está incluído no símbolo do ponto. Está indicada a equação da melhor recta que se ajusta aos pontos experimentais.




O declive da recta é $m$ = 1,154 m kg$^{-1}$. Portanto,

$$1{,}154 = \frac{1}{\rho_L \, \pi \, r^2}$$

de onde se extrai o valor da densidade do líquido: $\rho_L = 1/(1{,}154\ \pi\ r^2)$. Substituindo pelos valores conhecidos:

$$\boxed{\rho_L = 1251 \text{ kg m}^{-3}}$$

**4 -**

Como a regressão linear não indica o erro na inclinação da recta vamos fazer uma estimativa calculando essa mesma inclinação a partir de dois valores do gráfico, os pontos $(x,y)$ = (0,0352; 0,040) e (0,088; 0,101):

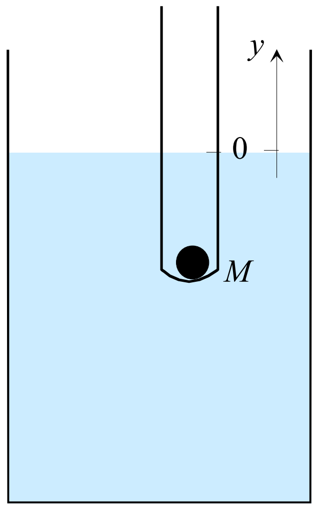
$$m = \frac{(0{,}101 \pm 0{,}002) - (0{,}041 \pm 0{,}002)}{(0{,}088 \pm 0{,}002) - (0{,}035 \pm 0{,}002)} = 1{,}15 \pm 0.06$$

Com este valor para o erro podemos calcular de novo a densidade do líquido:

$\rho_L = 1/[1{,}154 \pm 0.06 \times 3.1416 \times (0{,}01485^2) \pm 4\text{x}10^{-5}]$ = **(1251 ± 211) kg m$^{-3}$**

**B) MÉTODO DINÂMICO**

**5 -**
Com a massa do tubo de ensaio+chumbos constante, se afastarmos, na vertical, o tubo do seu ponto de equilíbrio, a variação na força de impulsão vai traduzir-se numa força de restauro da posição de equilíbrio da forma: $F = -\Delta V \rho_L g$




O sinal menos na expressão anterior garante que, ao mergulhar $\Delta V < 0$ ($y < 0$) e $F > 0$, e o simétrico se $y > 0$. Substituindo $\Delta V$ pelo seu valor em função do raio do tubo e de $y$ obtemos:

$$F = -(\pi r^2 y)\rho_L g$$
$$F = -(\pi r^2 \rho_L g)\, y$$

Que é uma força elástica do tipo $F = -k\,x$, com

$$k = \pi r^2 \rho_L g$$

e o movimento oscilatório tem frequência angular $w = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{M}}$ em que $M$ é a massa total do sistema (tubo+chumbos) que oscila. O período é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{\pi r^2 \rho_L g}}$$

onde $r$, $g$ e $M$ são conhecidos pelo que, se determinarmos $T$, podemos calcular $\rho_L$:

$$\rho_L = \frac{4\pi M}{T^2 r^2 g}$$

**6 -**
Para equilibrar o tubo na vertical foram adicionadas 100 esferas de chumbo.

Massa total do tubo + esferas de chumbo: $M$ = 166,8 g ± 0,1 g

Procedimento para medir $T$: mergulha-se o tubo, mantendo-o vertical, e larga-se começando a contar o tempo com o cronómetro. Regista-se o tempo que o tubo demora a completar 5 oscilações. Os resultados estão na tabela seguinte:

| Nº oscilações | tempo (/s) | T (/s) |
|---|---|---|
| 5 | 4,72 | 0,944 |
| 5 | 4,62 | 0,924 |
| 5 | 4,69 | 0,938 |
| 5 | 4,53 | 0,906 |
| 5 | 4,53 | 0,906 |
| 5 | 4,69 | 0,938 |
| 5 | 4,53 | 0,906 |
| 5 | 4,61 | 0,922 |
| 5 | 4,52 | 0,904 |

Fazendo a média e determinando o desvio padrão obtemos:

$$T = 0{,}92 \text{ s} \pm 0{,}02 \text{ s}$$

Note-se que este valor do erro inclui apenas desvios estatísticos, podendo haver erros sistemáticos.

**7 -**

Da equação que relaciona a densidade do líquido com o período $T$, $\rho_\mathrm{L} = \dfrac{4\pi M}{T^2 r^2 g}$, e substituindo os valores conhecidos, obtemos

$$\rho_\mathrm{L} = \frac{4 \times \pi(0{,}1668 \pm 0{,}0001)}{(0{,}92 \pm 0{,}02)^2 \times (0{,}01485 \pm 0{,}00003)^2 \times (9{,}81 \pm 0{,}01)}$$

$$\boxed{\rho_\mathrm{L} = (1143 \pm 185)\ \mathrm{kg\ m^{-3}}.}$$

Os dois valores obtidos para a densidade do líquido

**A) 1251 kg m$^{-3}$ ± 211 kg m$^{-3}$** e **B) 1143 kg m$^{-3}$ ± 185 kg m$^{-3}$,**

são consistentes dentro do erro experimental.

No segundo método não se entrou em conta com a viscosidade da água. Esta tem duas consequências: 1) o movimento passa a ser amortecido em vez de harmónico simples (como se verifica); 2) há um certo volume de água que passa a oscilar, esta oscilação da água pode ser traduzida num factor correctivo à massa $M$ do tubo no sentido de a aumentar; como estamos a usar o valor medido de $M$ e não o corrigido, que seria maior, o valor encontrado para a densidade por este método deve ser inferior ao valor real.

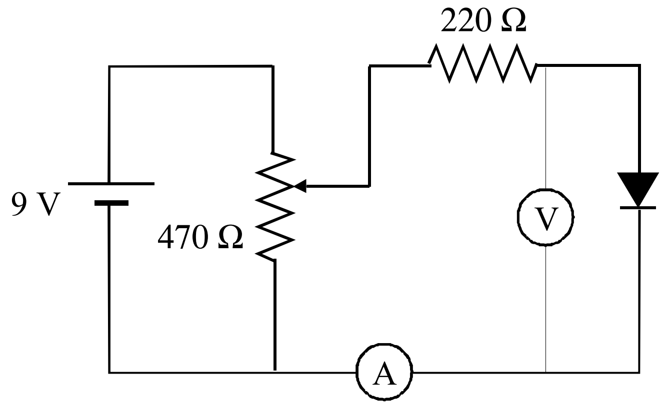
**EXPERIÊNCIA 2: Díodos Emissores de Luz (LED) e a constante de Planck**

# Exemplo de resolução

O aluno deve medir as resistências para identificar a de 220 Ω e a de 11,4 kΩ.

**A)**

**1** – Monta-se o seguinte circuito, utilizando o potenciómetro como divisor de tensão, de acordo com a figura:

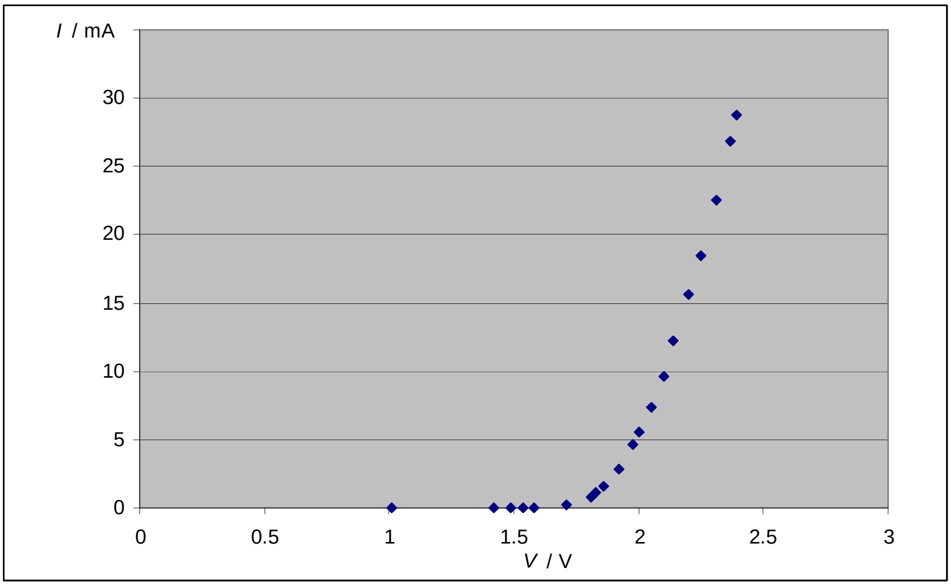



**2 -** Curva característica do LED vermelho:

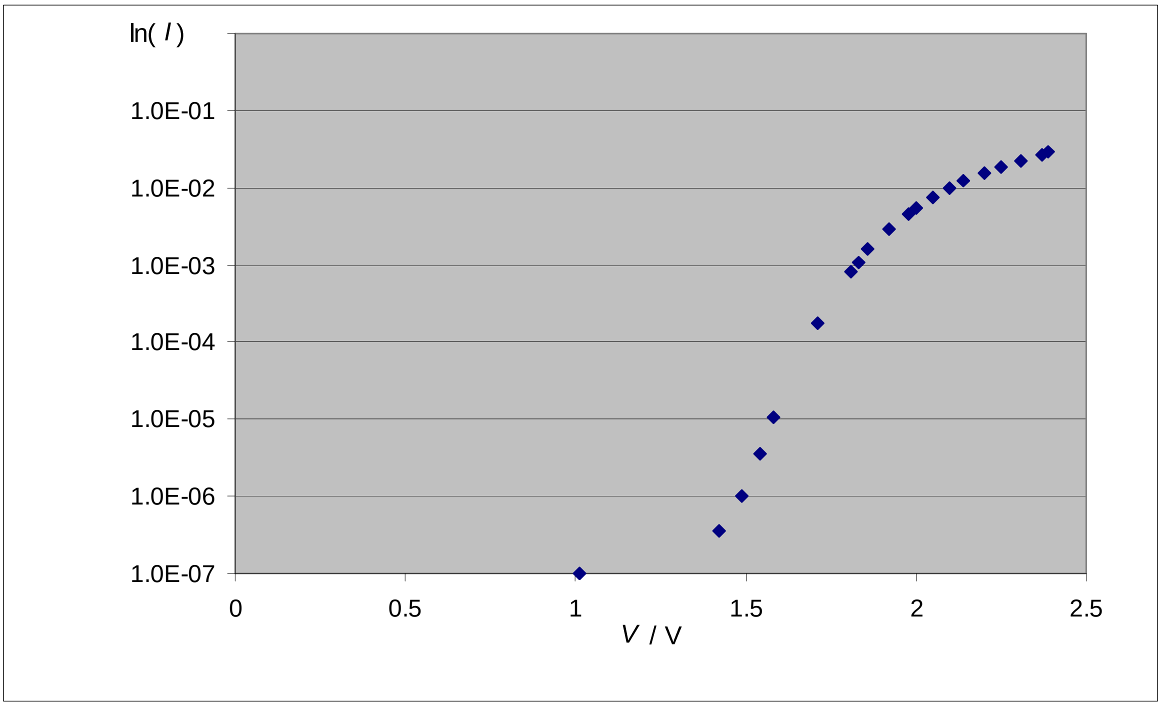
Com a montagem acima variou-se a tensão aplicada ao díodo vermelho por meio do potenciómetro e registaram-se os seguintes valores para a corrente, *I*, que passa no díodo e a diferença de potencial, *V*, nos seus terminais (apresenta-se também o logaritmo da corrente em amperes):

| ***V* / V** | ***I* / mA** | **ln *I*** |
|---|---|---|
| 1,01 | 0,00010 | -16,118 |
| 1,42 | 0,00035 | -14,865 |
| 1,49 | 0,00102 | -13,796 |
| 1,54 | 0,00365 | -12,521 |
| 1,58 | 0,01065 | -11,450 |
| 1,71 | 0,17180 | -8,669 |
| 1,81 | 0,82400 | -7,101 |
| 1,83 | 1,09500 | -6,817 |
| 1,86 | 1,63700 | -6,415 |
| 1,92 | 2,85000 | -5,860 |
| 1,98 | 4,64000 | -5,373 |
| 2,00 | 5,50000 | -5,203 |
| 2,05 | 7,37000 | -4,910 |
| 2,10 | 9,67000 | -4,639 |
| 2,14 | 12,23000 | -4,404 |
| 2,20 | 15,58000 | -4,162 |
| 2,25 | 18,42000 | -3,994 |
| 2,31 | 22,50000 | -3,794 |
| 2,37 | 26,90000 | -3,616 |
| 2,39 | 28,80000 | -3,547 |

A figura mostra o gráfico com estes valores:

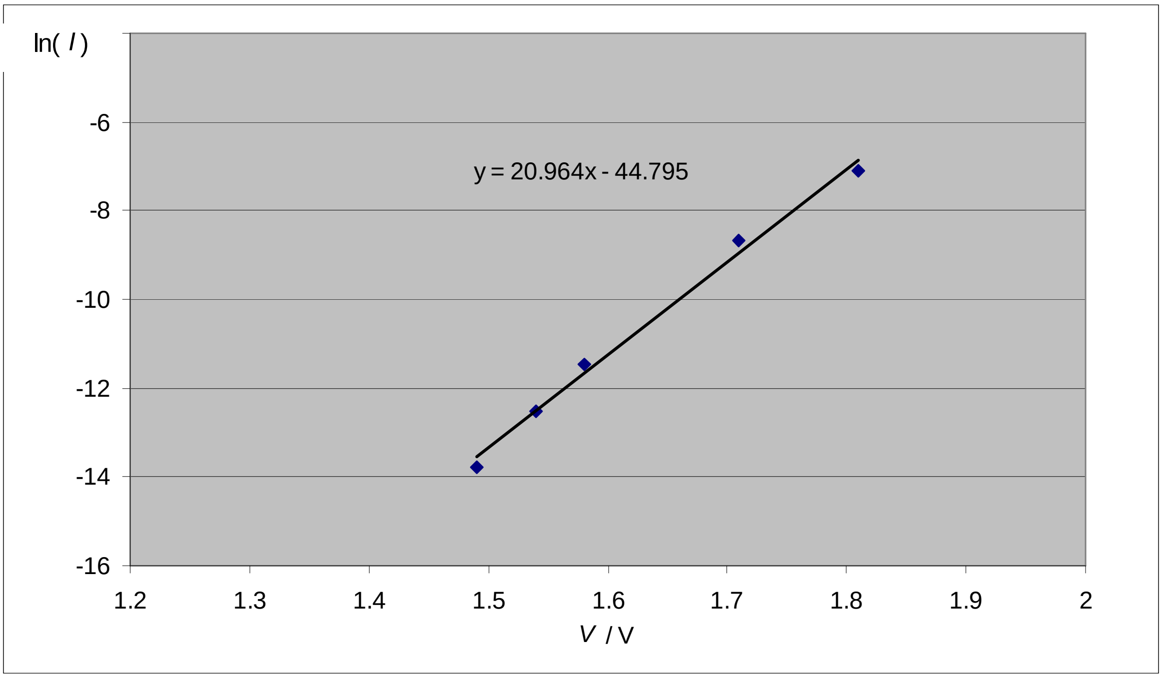



A curva característica pode ser apresentada num gráfico semi-logarítmico como o da figura seguinte:




A escala vertical é logarítmica pelo que, de acordo com a expressão dada deveria obter-se uma recta acima de uma certa diferença de potencial. Este regime linear ocorre entre cerca de 1,5 e 1,8 V. O declive muda acima de ~1,8V devido ao facto de o díodo entrar num regime (regime resistivo) diferente daquele em que a expressão é válida.

**3 -** Para determinar as constantes $\eta$ e $I_0$, utilizam-se os pontos em que o comportamento é linear, ou seja em que a expressão teórica é válida (assinalados na tabela). Usando esses pontos obtém-se o seguinte gráfico:




Da equação da recta que melhor se ajusta a estes pontos ($y = m\,x + b$) obtemos $\eta$ e $I_0$. De

$$I = I_0\ \mathrm{e}^{\frac{eV}{\eta\, k_\mathrm{B} T}}$$

tomando o logaritmo

$$\ln(I) = \ln(I_0) + \frac{e}{\eta\, k_\mathrm{B} T} V$$

vem

$$b = \ln(I_0) \qquad m = \frac{e}{\eta\, k_\mathrm{B}\, T}$$

donde se obtém:

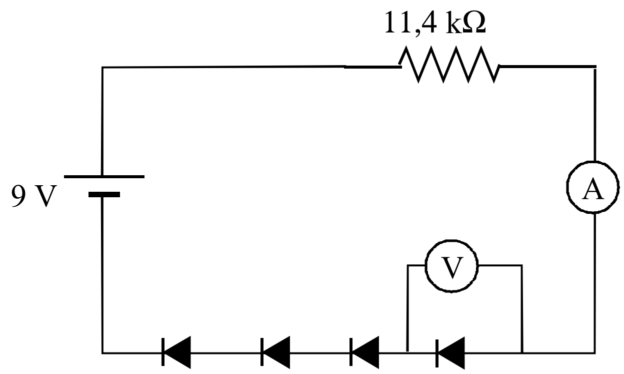
$$I_0 = \mathrm{e}^b$$

$$\eta = \frac{e}{m\, k_\mathrm{B}\, T}$$

ou seja, para os valores de declive e ordenada na origem obtidos na regressão linear,

$$I_0 \boxed{= 3{,}5\times 10^{-20}\ \ \mathrm{A}} \qquad \boxed{\eta = \quad 1{,}9}$$

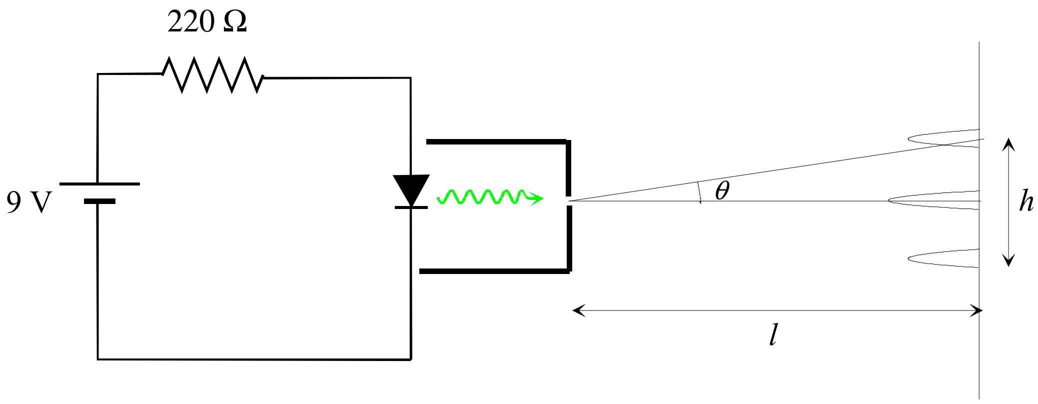
**4 -**
Esquema da ligação dos LEDs em série:




A corrente que passa em cada LED tem o valor de $I$ = 118 μA. Na seguinte tabela estão os valores das tensões medidas nos terminais de cada LED, bem como o valor do comprimento de onda e frequência da radiação que cada um emite:

| LED | λ / nm | ν / Hz | *V* /V |
|---|---|---|---|
| Infra-vermelho | 950 | 3,16E+14 | 1,178 |
| Vermelho | 630 | 4,76E+14 | 1,755 |
| Verde | ?? | ?? | 2,359 |
| Azul | 470 | 6,38E+14 | 2,475 |

**B)** Determinação do comprimento de onda do LED Verde:
**5)**
Ligou-se o LED verde à pilha em série com a resistência de 220 Ω.




Colocou-se a rede de difracção com o tubo preto como indicado na figura e um alvo (folha A3) à distância $l$. A distância entre os dois primeiros picos de difracção de cada lado do máximo central designa-se por $h$.

Resultados:
$l$ = 0,278 m ± 0,002 m
$h$ = 0,350 m ± 0,005 m
$d$ = 1/1000 mm = $1 \times 10^{-6}$ m (dado)

O valor de $\theta$ é:

$$\theta = \arctan\left(\frac{h}{2l}\right), \qquad \theta = 0{,}56 \pm 0{,}02 \text{ rad}$$

A partir da expressão ($n$ = 1)

$$d \sin\theta = \lambda$$

obtém-se

$$\boxed{\lambda = 533 \text{ nm} \pm 20 \text{ nm}}$$

supondo que a rede de difracção tem um espaçamento $d$ com erro desprezável.

**C)**
**6 -**

A frequência do LED verde é $\nu = \frac{c}{\lambda} = 5{,}62 \times 10^{14}$ Hz. Como a intensidade de corrente é a mesma nos 3 LEDs é válida a expressão

$$W = E_f + k$$

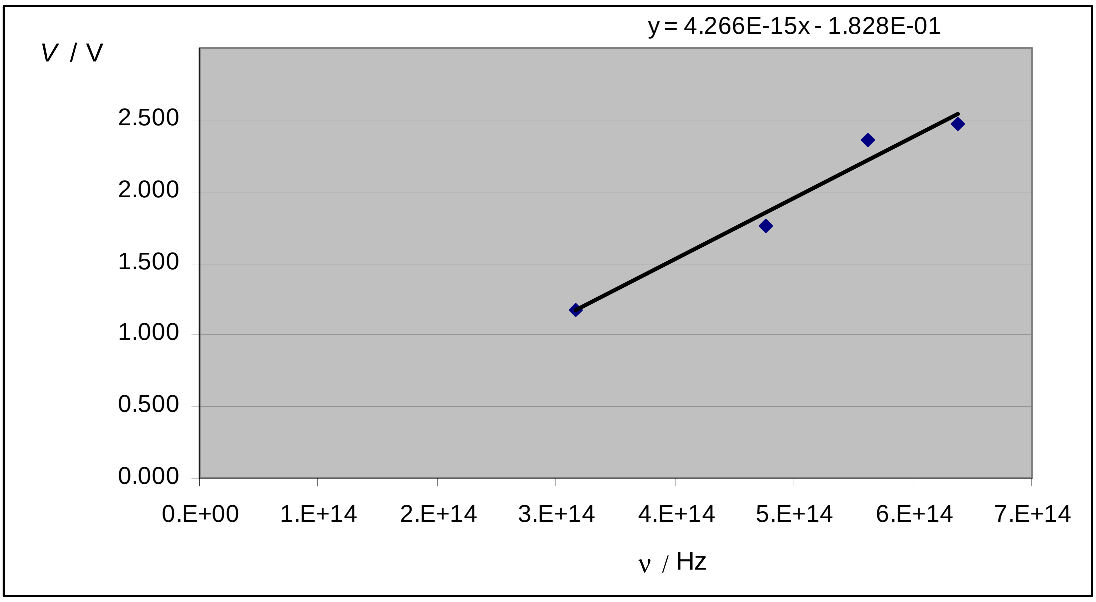
de onde obtemos

$$eV = h\nu + k$$

ou ainda

$$V = \frac{h}{e}\nu + k$$

O seguinte gráfico mostra os valores medidos de $V$ em função da frequência ν para os quatro LEDs.




Da inclinação da recta, $m$, que melhor se ajusta a estes pontos obtemos:

$$h = m\, e = (6{,}83 \pm 0{,}89)\times 10^{-34}\ \mathrm{J\ s}$$

O valor obtido é cerca de 3% superior ao tabelado mas o desvio está dentro da incerteza experimental.