

¿Cuánta energía tienen y de qué tan lejos provienen los Rayos Cósmicos Ultraenergéticos?

Código del estudiante:	Número de Página:	Total de Páginas:
------------------------	-------------------	-------------------

Parte I: Características de los fotones de la radiación cósmica de fondo.

(I.a) La longitud de onda de un fotón típico de la radiación cósmica de fondo es:

RESPUESTA

VALOR CALIF.

$\lambda_{\max} = \frac{0.0029}{T} = 0.0011 \text{ m}$	0.3	
--	-----	--

(I.b) La energía de un fotón típico de la radiación cósmica de fondo es:

$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda_{\max}} = 1.8 \times 10^{-22} \text{ J}$	0.7	
---	-----	--

Parte II: Colisiones entre protones ultraenergéticos y fotones de la radiación cósmica de fondo.

(II.a) (II.a) Las ecuaciones que rigen la colisión son:

$\gamma m_p V - h \frac{v}{c} = \gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) V_f$ $\gamma m_p c^2 + h\nu = \gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) c^2$	2.0	
--	-----	--

(II.b) La energía inicial del protón ultraenergético, $\gamma m_p c^2$, es

Primero se multiplica por c la ecuación de conservación de momento:

$$\gamma m_p V c - h\nu = \gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) V_f c$$

y luego se eleva al cuadrado:

$$(\gamma m_p V c)^2 - 2\gamma m_p V c h \nu + (h\nu)^2 = [\gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) V_f c]^2$$

Se eleva al cuadrado la ecuación de conservación de energía:

$$(\gamma m_p c^2)^2 + 2\gamma m_p c^2 h \nu + (h\nu)^2 = [\gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) c^2]^2$$

A esta última ecuación se le resta la anterior, de modo que queda:

$$(\gamma m_p c^2)^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) + 2\gamma m_p c^2 h \nu \left(1 + \frac{V}{c}\right) = [\gamma_f (m_p + m_{\pi^0}) c^2]^2 \left(1 - \frac{V_f^2}{c^2}\right)$$

Como

$$\gamma^2 \left(1 - \frac{V^2}{c^2}\right) = 1$$

y

$$\gamma_f^2 \left(1 - \frac{V_f^2}{c^2}\right) = 1$$

y podemos tomar

$$\left(1 + \frac{V}{c}\right) \approx 2$$

Nos queda que:

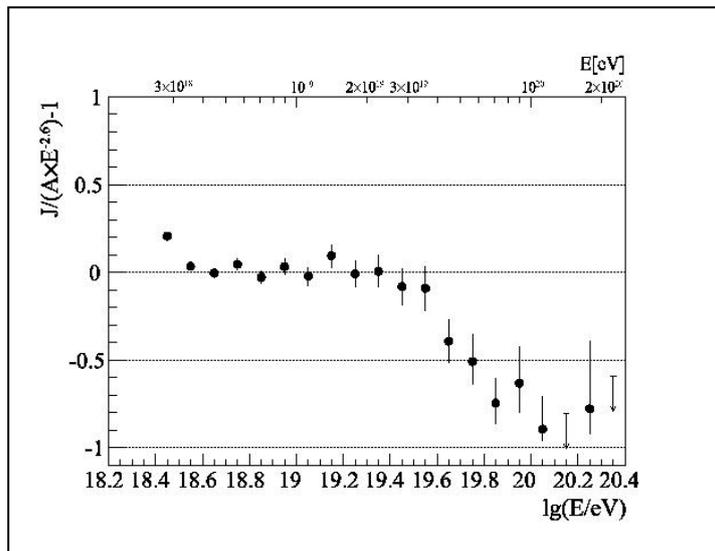
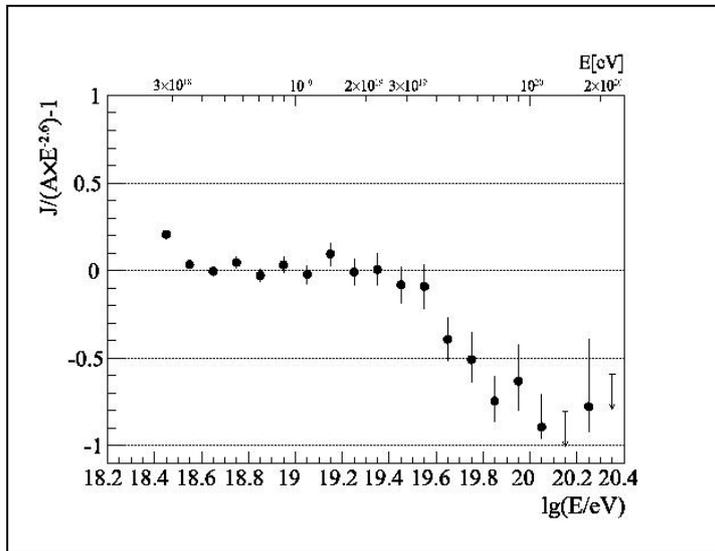
$$(m_p c^2)^2 + 4\gamma m_p c^2 h \nu = [(m_p + m_{\pi^0}) c^2]^2$$

$$\gamma m_p c^2 = \frac{c^4 [(m_p + m_{\pi^0})^2 - m_p^2]}{4h\nu}$$

de donde

$$\gamma m_p c^2 = 9.7 J = 6.0 \times 10^{19} \text{ eV}$$

Este “corte” en el espectro de energía de los rayos cósmicos ha sido observado primero por el proyecto HiRes y luego por Auger, como se muestra en la siguiente figura:



Espectro de energías de los rayos cósmicos mostrando el corte GZK. Datos del proyecto Auger.

Entonces, la fórmula de la energía inicial del protón ultraenergético, $\gamma m_p c^2$ es:

$\gamma m_p c^2 = \frac{c^4 \left[(m_p + m_{\pi^0})^2 - m_p^2 \right]}{4 h \nu}$	3.0	
---	-----	--

Código del estudiante:	Número de Página:	Total de Páginas:
------------------------	-------------------	-------------------

(II.d) La energía inicial del protón ultraenergético en Joules y en electronVolts es:

$\gamma m_p c^2 = 9.8 J = 6.1 \times 10^{19} eV$	1.0	
--	-----	--

Parte III: Camino libre medio para una colisión

(III.a) La densidad de energía de la radiación cósmica de fondo es:

$u_E = a T^4 = 4.0 \times 10^{-14} J m^{-3}$	0.3	
--	-----	--

(III.b) Es importante darse cuenta de que la densidad de fotones será aproximadamente igual a la densidad de energía sobre la energía típica de un fotón. La densidad de fotones de la radiación cósmica de fondo es:

$u_f = \frac{u_E}{h\nu} = 2.2 \times 10^8 \text{ fotones } m^{-3}$	1.0	
--	-----	--

(III.c) El camino libre medio para una colisión es:

$l = \frac{1}{u_f \sigma} = 2.3 \times 10^{23} m$	1.2	
---	-----	--

(III.d) Comparación entre el camino libre medio y la distancia a los cuerpos lejanos en el Universo:

Como el camino libre medio para una colisión es mucho más corto que la distancia a los cuásares más cercanos, los rayos cósmicos ultraenergéticos tienen que provenir de objetos distintos, relativamente cercanos.	0.5	
---	-----	--