

PRUEBA TEÓRICA Problema N° 2

El smartphone: un laboratorio en el bolsillo.

En los últimos años, los smartphones o teléfonos inteligentes se han vuelto omnipresentes y su uso se ha extendido más allá de su propósito original, alcanzando incluso a la enseñanza de la física. La capacidad de procesamiento de estos dispositivos, junto con los sensores incorporados, los convierten en verdaderos laboratorios portátiles, capaces de medir diferentes magnitudes físicas como aceleración, velocidad angular, campo magnético, luminosidad, presión, entre otras.

Dos de los sensores más utilizados son el acelerómetro y el giroscopio. Ambos sensores son tri-axiales, es decir conjuntos de tres sensores que miden las tres componentes ortogonales de cada magnitud, según un sistema de referencia solidario con el dispositivo, tal como se muestra en la figura 1, donde el eje z es perpendicular a la pantalla.

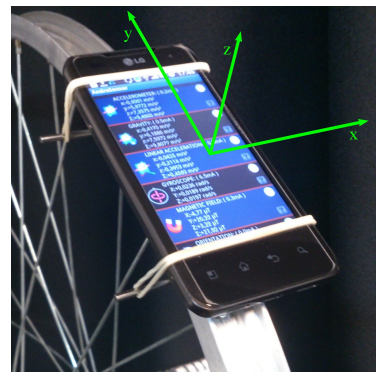


Fig. 1 – Ejes convencionales de un smartphone.

Parte 1: Sensor de aceleración. (4 puntos)

El acelerómetro es un sensor microscópico que a pesar de su nombre en realidad mide fuerza por unidad de masa, es decir, debería llamarse campímetro (o sensor de fuerza).

En forma simplificada se puede modelar como una partícula de masa m (masa de prueba), unida a un resorte de constante elástica k . Cuando el sistema se acelera, la masa de prueba se desplaza. Para determinar el

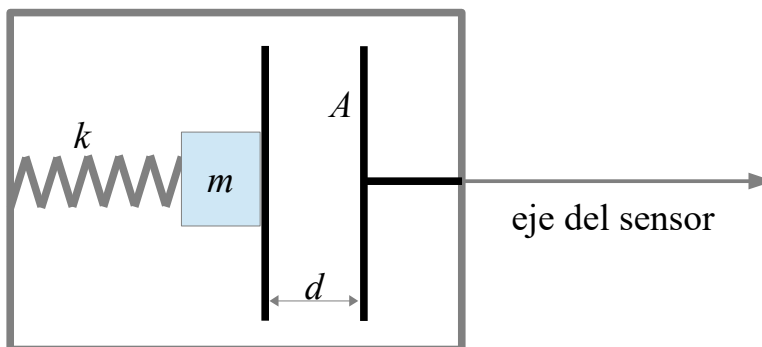


Fig. 2 – Esquema simplificado de un acelerómetro con tecnología capacitiva.

desplazamiento de la masa de prueba (y por consiguiente determinar la aceleración) existen diferentes tecnologías, piezoeléctrica, piezoresistiva, capacitiva. En este caso consideraremos un acelerómetro simplificado de tecnología capacitiva como el que se muestra en la Fig. 2, donde una placa metálica cuadrada de área A y masa despreciable, está unida a la masa de prueba, y es paralela a otra placa fija metálica idéntica, formando un condensador de capacidad C_x . Cuando el resorte no realiza fuerza, las placas están separadas una distancia d . Se define el *eje del sensor* como la

dirección en que la masa de prueba tiene libertad de moverse (en este caso la dirección del resorte). En todo este problema considere que la fuerza electrostática es despreciable.

1a) (0,6 puntos) Considerando que el eje del sensor permanece horizontal, determine el desplazamiento s , de la placa izquierda del condensador cuando el sistema se mueve con aceleración constante a , hacia la derecha. Considere positivos los desplazamiento hacia la derecha.

Definiendo C_0 , como la capacidad de C_x , cuando $s=0$:

1b) (1,7 puntos) Determine C_x , como una función lineal de la aceleración, considerando $s \ll d$.
[Sugerencia: Recuerde que si $u \ll 1$ entonces $(1+u)^n \approx 1+nu$]

El condensador C_x , se conecta en paralelo con otro condensador de capacidad constante C_0 . El sistema formado por ambos condensadores permanece aislado y cargado de tal modo que cuando $s=0$, la diferencia de potencial entre las placas de los condensadores es V_0 .

1c) (1,7 puntos) Demuestre que la diferencia de potencial V_s , entre las placas de los condensadores es aproximadamente una función lineal de la aceleración del sensor de la forma,

$$V_s = V_0(1 + \beta a)$$

y determine β en función de los parámetros del acelerómetro.

Parte 2: Principio de equivalencia. (1,8 puntos)

Una de las ideas más brillantes de Einstein es el principio de equivalencia, el cual establece que desde un sistema aislado es imposible discernir entre un campo gravitatorio y un sistema de referencia no inercial (acelerado). Suponga que el acelerómetro se coloca en el piso de un ascensor con su eje z orientado verticalmente hacia arriba.

Determine la magnitud de la aceleración a , medida por el sensor en los siguientes casos:

2a) (0,6 puntos) El ascensor permanece en reposo con respecto a la Tierra.

2b) (0,6 puntos) El ascensor se mueve en caída libre.

2c) (0,6 puntos) El ascensor sube con aceleración a' .

Parte 3: Péndulo físico (4,2 puntos)

Una barra de longitud L y masa M puede girar libremente en un plano vertical, con respecto a un eje que pasa por uno de sus extremos. En el otro extremo se fija un smartphone de tal modo que su eje y , está dirigido hacia el eje de rotación. El eje z , es paralelo al eje de rotación y el eje x , es perpendicular a la barra. El smartphone tiene masa m , y se puede considerar como una masa puntual que se encuentra a una distancia L del eje de rotación. Considere que el momento de inercia total de la barra y el smartphone es I . Se considera un sistema cartesiano de coordenadas (x',y') , con origen en el eje de rotación, siendo x' , el eje horizontal como se indica en la figura 3.

El acelerómetro del smartphone mide los valores de a_x , a_y , y a_z , y el giroscopio los de las velocidades angulares ω_x , ω_y y ω_z . Es importante destacar que en este sistema siempre se cumple que $a_z=0$, $\omega_x=0$ y $\omega_y=0$, independientemente de las condiciones iniciales.

Determine la posición del smartphone en el sistema de referencia (x',y') , en función de los parámetros del péndulo (M, L, m, I) , y de las medidas obtenidas por el smartphone $(a_x, a_y, \text{ y } \omega_z)$ para cierto instante de tiempo.

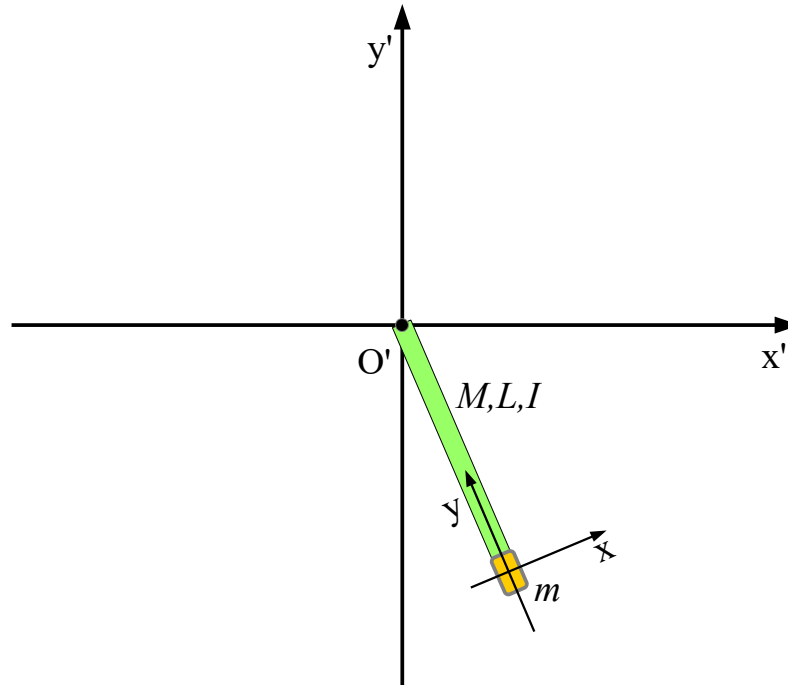


Fig. 3 – Barra con smartphone que puede girar libremente con respecto al origen de coordenadas O' .