



XXI Olimpiada Iberoamericana de Física

26 - 30 Setiembre 2016, Carmelo, Uruguay



PRUEBA TEÓRICA

Problema N° 3 - SOLUCIONES

Propulsor magnetohidrodinámico

a) Para propulsar el fluido hacia atrás, siendo que el campo está orientado como se muestra en la figura, la corriente eléctrica a través del fluido debe ser hacia abajo. Entonces la placa positiva es la superior.

La intensidad de corriente es $I = \frac{V}{R}$, donde R es la resistencia eléctrica del fluido, $R = \frac{h}{\sigma L a}$.

La fuerza magnética sobre la corriente eléctrica es, $F_p = B I h$.

Es decir, $F_p = B V \sigma L a$

b) Por una parte la fuerza propulsora tiende a aumentar cuando la separación a , aumenta, porque de ese modo se reduce la resistencia eléctrica y aumenta la intensidad de corriente. Por otra parte la fuerza aumenta al reducir la distancia a , porque de ese modo aumenta el campo magnético dentro del propulsor. La fuerza en función de a resulta ser un polinomio de segundo grado de concavidad negativa, $F_p = (0,42 - 14a) V \sigma L a$.

Sabemos que el vértice de un polinomio $A_2 x^2 + A_1 x + A_0$ se encuentra en $x = -\frac{A_1}{2A_2}$.

Entonces la fuerza máxima se obtiene para, $a = -\frac{0,42}{2(-14)} = 0,015 m$

Y el campo para esta distancia es, $B = 0,21 T$

c) A causa de la resistencia interna de la batería, la corriente a través del agua es,

$$I = \frac{V_0}{r_i + \frac{h}{\sigma L a}}. \text{ Con los datos tenemos que, } I = 2,6 A, \text{ de donde } F_p = 0,011 N.$$

d) Cuando el bote está flotando se cumple que peso y empuje son iguales en módulo, $mg = \rho V_d g$, donde V_d , es el volumen de agua que desplaza el bote (suponiendo que el propulsor queda completamente sumergido). Este es, $V_d = 0,10 \cdot 0,12 z - a h L$, donde z , es el nivel de flotación del bote. Entonces,

$z = \frac{\frac{m}{\rho} + a h L}{0,10 \cdot 0,12}$. Esto es, $z = 0,021 m$, lo cual confirma que el propulsor está completamente sumergido.

Entonces el área frontal es $A = 0,10 z - a h$.

Otra forma más sencilla para determinar el área frontal sin conocer z es,

$$A = \frac{V_d}{L} = \frac{m}{\rho L}$$

Observación: el nivel de flotación z debe calcularse de todos modos para verificar que el propulsor se encuentra completamente sumergido.

Cuando el bote se mueve con velocidad constante, el módulo de la fuerza de arrastre es igual al módulo de la fuerza ejercida por el propulsor MHD, de donde la velocidad del bote es,

$$v = \sqrt{\frac{2 F_p}{\rho C (0,10 z - a h)}}$$

o

$$v = \sqrt{\frac{2 F_p L}{C m}}$$

$$v = 0,10 \text{ m/s}$$

Tabla de soluciones

Parte	Solución analítica	Solución numérica	Puntos
a	$F_p = B V \sigma L a$		1,4
b	$x = -\frac{A_1}{2 A_2}$	$a = -\frac{0,42}{2(-14)} = 0,015 \text{ m}$ $B = 0,21 \text{ T}$	2,8
c	$I = \frac{V_0}{r_i + \frac{h}{\sigma L a}}$	$I = 2,6 \text{ A}$ $F_p = 0,011 \text{ N}$	1,4
d	$v = \sqrt{\frac{2 F_p}{\rho C (0,10 z - a h)}}$ o $v = \sqrt{\frac{2 F_p L}{C m}}$	$v = 0,10 \text{ m/s}$	4,4