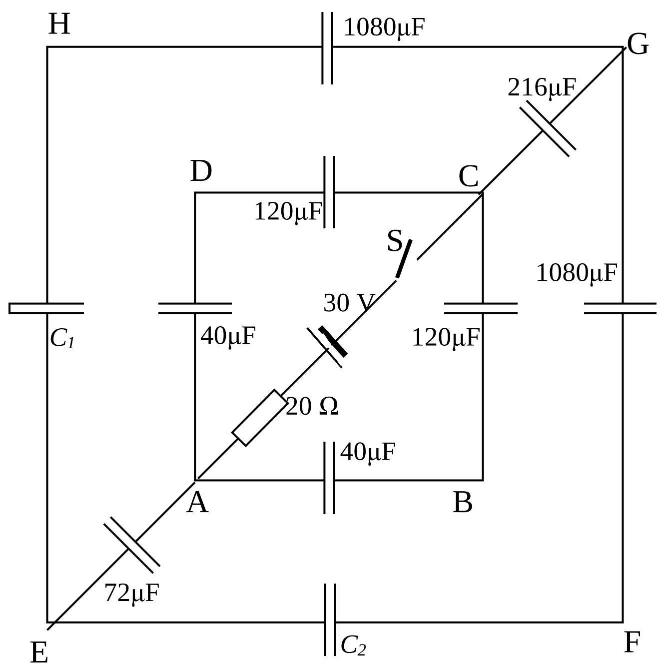
XXIII Olimpiada IBEROAMERICANA de FÍSICA Puerto Rico 2018	**XXIII Olimpiada Iberoamericana de Física** Mayagüez, PR, 2018	**Prueba Teórica:** (en castellano)	**T3S-1** **Problema**

SOLUCIÓN: {(8)}

a)Si los de 36 μF no se cargan es como si no estuvieran en el circuito (Fig. 2). Además, esto significa que $V_{HD} = V_{BF} = 0$, por lo que $V_{AD} = V_{AH} = V_{AE} + V_{EH}$ y $V_{AB} = V_{AF} = V_{AE} + V_{EF}$. Atendiendo a la simetría de los capacitores respecto a la diagonal EACG podemos anticipar que $C_1 = C_2$ pues solamente así se lograrán distribuciones iguales de cargas en las ramas EHG y EFG que produzcan los mismos voltajes nulos entre las esquinas simétricas D-H y B-F. Podemos llamar C a ambos capacitores.



(0.5)

Fig. 2

Asumamos que de A a D la batería envía una carga q_1 (la misma que envía de A a B, debido a la simetría de las ramas ADC y ABC) de modo que el voltaje $V_{AD} = q_1/C_{AD}$. Esa misma carga llegaría al capacitor que está entre D y C, de modo que $V_{DC} = q_1/C_{DC}$. Así, el voltaje de la batería queda dividido en dos partes por el punto D, cuya suma es $V_{AD} + V_{DC} = 30$ V y cuya razón es $V_{AD} / V_{DC} = C_{DC} / C_{AD} = 120/40 = 3.0$. (La resistencia no produce voltajes cuando ya los capacitores se cargaron). Entonces $V_{AD} = 22.5 \text{ V} = V_{AH}$. Y $V_{DC} = 7.5 \text{ V} = V_{HC}$.

La batería envía otra carga q_2 por la rama AE que se divide a partes iguales, ½ q_2, por las ramas EHG y EFG, para retornar por la rama GC como q_2. Se cumplirá:

$V_{AH} = V_{AE} + V_{EH} = q_2/C_{AE} + ½\, q_2/C_{EH} = q_2/72 + ½\, q_2/C$)

Pero debe cumplirse $V_{AD} = V_{AE} + V_{EH}$ por lo que: $22.5 = q_2/72 + ½\, q_2/C$ (A)

Y: $V_{HC} = V_{HG} + V_{GC} = (½\, q_2/C_{HG} + q_2/C_{GC}) = ½\, q_2/1080 + q_2/216) = (11/2160)q_2 = 7.5$ V

De aquí: $q_2 = 1472$ μC = 1.47 mC

De (A): $C = 360$ μF --- (2.0) b)El circuito de la Fig. 2 puede reducirse a un circuito equivalente más simple:

Las ramas ADC y ABC quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$1/C_1$ = 1/40 +1/120 = 1/30, C_1 = 30 μF **(0.5)**

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia C_{p1} = 30 + 30 = 60 μF

Las ramas EHG y EFG quedan en paralelo. La capacitancia de cada rama es:

$1/C_2$ = 1/ 360 + 1/1080 = 1/270, C_2 = 270 μF

Y las dos en paralelo tienen una capacitancia C_{p2} = 270 + 270 = 540 μF **(0.5)**

El sistema se reduce al circuito siguiente (Fig. 3):

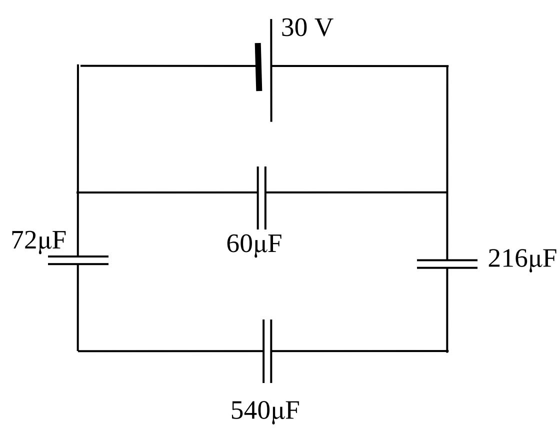


Fig. 3 **(0.5)**

Las tres capacitancias en serie equivalen a 49.1 μF y la capacitancia total del sistema es:

C_t = 60 + 49 = 109 μF. **(0.6)**

La carga que sale de la batería es $Q = C_t\mathcal{E}$ = 109×30 = 3.3 mC **(0.6)**

La carga en las de 40 μF y 120 μF es Q' = 30×30 = 0.90 mC **(0.6)**

La carga en las de 72 μF y 216 μF es 3.27 – 2×0.90 = 1.5 mC **(0.6)**

En todos los demás capacitores la carga es ½×1.47 = 0.74 mC **(0.6)**

c)La energía total acumulada en los capacitores es:

$U = ½\, C\, \mathcal{E}^2$ = ½×109×30^2 = 49 mJ **(0.5)**

d)El trabajo realizado por la batería al mover toda la carga es: $W = Q\,\mathcal{E}$ = 3.27×30 = 98 mJ **(0.5)**

Es el doble de la acumulada en el circuito. La mitad se pierde en las resistencias inevitables del circuito (alambres conductores, resistencia interna de la batería, contactos) representadas en el circuito por el resistor de 20 Ω.