

Válvula termoiónica

En este problema considere que el orden de las preguntas no es el orden en que el problema debe resolverse. Utilice su criterio para identificar el orden más apropiado de solución.

1. Planteamiento

Un diodo de tubo es una válvula termoiónica simple que permite el paso de corriente en una sola dirección.

El diodo consiste en un ánodo polarizado positivamente y un cátodo polarizado negativamente dentro de una cápsula al vacío. La diferencia de potencial entre ánodo y cátodo es V .

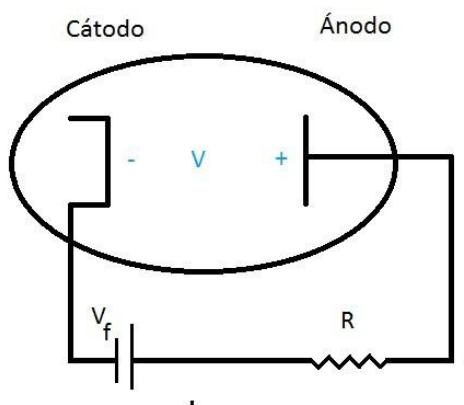


Figura 1: Válvula termoiónica simple.

Normalmente no circula corriente porque no hay portadores libres en el espacio entre el cátodo y ánodo; los portadores libres (electrones) están confinados a las partes metálicas de éstos.

Para introducir electrones que puedan ser recogidos por el campo eléctrico entre el cátodo y el ánodo es necesario que éstos tengan energía suficiente para superar la función de trabajo del material del cátodo. Se puede dotar a una fracción apreciable de electrones de la energía necesaria *calentando* al cátodo a una temperatura suficientemente alta. Un filamento que se calienta debido a la corriente que se hace circular por él sirve para este propósito.

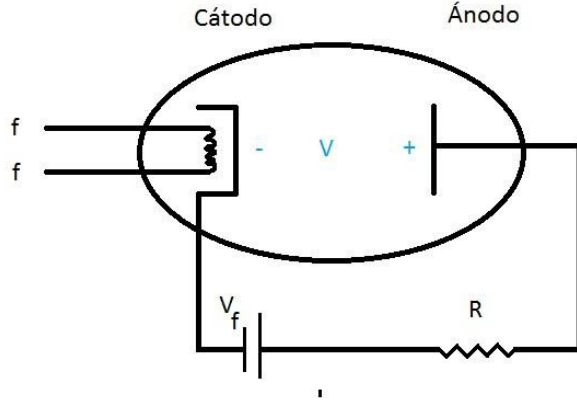


Figura 2: Válvula termoiónica polarizada.

Calcular cuál es la densidad de corriente que puede obtenerse, dado un material y temperatura, requiere calcular la energía de los electrones en un material empleando conceptos de mecánica cuántica y luego determinar el número de electrones por unidad de volumen que tienen suficiente energía (y van en la dirección correcta) para escapar.

El cálculo es elaborado, pero los resultados se condensan en lo que se denomina la *Ley de Richardson* o *Ley de Richardson-Dushman* originalmente propuesta por Owens Willans Richardson en 1911 y refinada por Richardson mismo, Dushman, y otros en el período de 1911 a 1930, al conocerse mejor la distribución de energías de electrones en metales.

La *Ley de Richardson* indica cuál es la densidad de corriente que puede obtenerse con una temperatura dada.

$$J = \lambda_r \frac{2mk^2 q_e}{(2\pi)^2 \hbar^3} T^2 e^{-\frac{\Phi_w}{kT}} \quad (1)$$

$$= \lambda_r A_0 T e^{2 - \frac{\Phi_{KTW}}{kT}} \quad (2)$$

$$A_0 = \frac{2mk^2 q_e}{(2\pi)^2 \hbar^3} \quad (3)$$

Donde λ_r es un factor de corrección que depende del material y su estructura, m es la masa del electrón, q_e es la magnitud de su carga, T es la temperatura, $\hbar$ es la

constante reducida de Planck, Φ_w es la función de trabajo del cátodo, y k es la constante de Boltzmann, todo en el sistema internacional.

La Figura 3 muestra la dependencia de la densidad de corriente con la temperatura para dos materiales distintos.

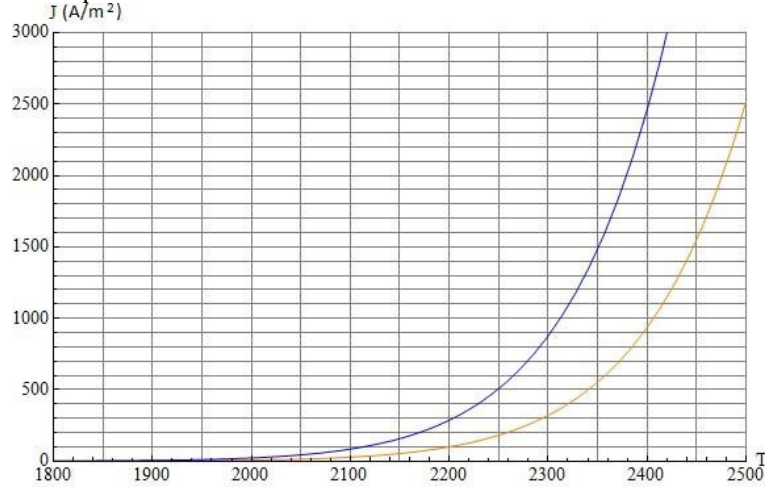


Figura 3: Ley de Richardson - Dos materiales distintos

Pregunta 1 En la Figura 3 aparece una curva naranja y otra azul, ¿cuál corresponde al tungsteno (W) y cuál al cobre (Cu)?

Por otro lado, los electrones distribuidos entre el cátodo y el ánodo forman lo que se denomina una *carga espacial* que limita la cantidad de carga que pueda transportarse entre el ánodo y el cátodo; la máxima densidad de corriente, suponiendo una disponibilidad infinita de electrones térmicos, depende de la diferencia de potencial V entre cátodo y ánodo, lo cual está descrito por la *Ley de Child-Langmuir*, propuesta por Clement Dexter Child en 1911, poco después de la *Ley de Richardson*

$$J = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2q_e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2} \quad (4)$$

Donde, aparte de las constantes ya mencionadas, ϵ_0 es la permitividad del vacío,

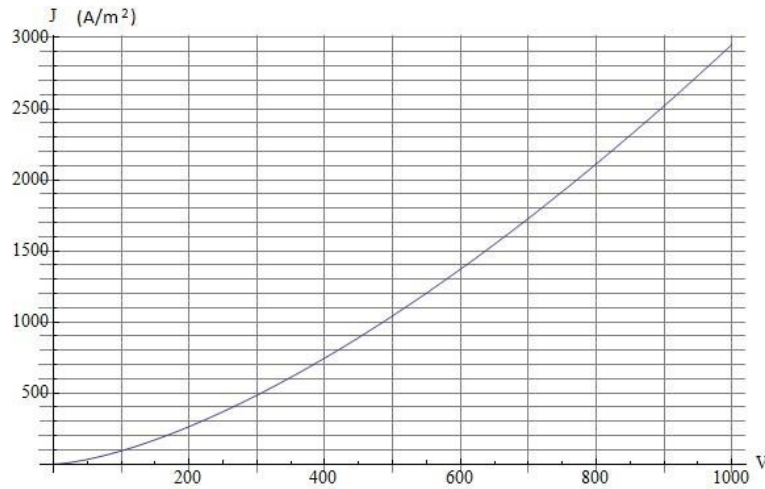


Figura 4: Ley de Child-Langmuir.

V es la diferencia de potencial entre ánodo y cátodo, y d es la distancia entre ánodo y cátodo, todo en el sistema internacional.

La relación entre densidad de corriente y diferencia de potencial prescrita por la *Child-Langmuir* se muestra en la Figura 4. En este caso no hay una dependencia con el material del que están hechos los electrodos, pero sí con la geometría; en particular, la expresión es válida para cuando el cátodo y el ánodo son placas paralelas separadas por una distancia relativamente pequeña.

2. Especificaciones

2.1. Rectificador

Antiguamente, uno de los usos de un diodo de tubo era como *rectificador* de corriente alterna, para convertirla en corriente directa y proporcionar energía a los demás componentes de un sistema electrónico (radios, televisores, etc.).

En la Figura 5 la resistencia R representa la impedancia equivalente de los circuitos que deben ser alimentados con corriente directa y la fuente de poder tiene una frecuencia de 60 Hz.

Con el circuito mostrado la corriente y el voltaje en R no cambian de polaridad (en ese sentido son “corriente directa”), pero es claro que no son constantes.

$$V_f(t) = V_m \cos(120\pi t) \quad (5)$$

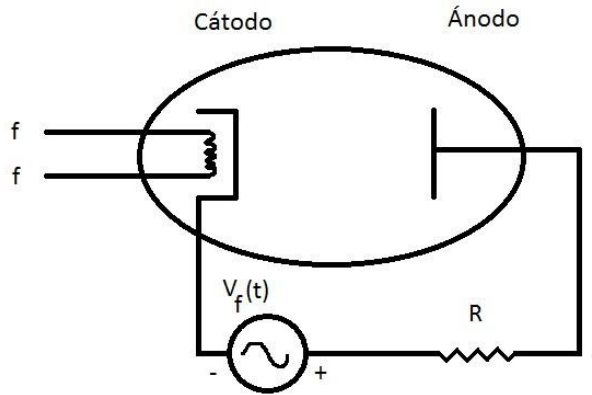


Figura 5: Rectificador de corriente alterna

Presuma que se hace circular una corriente a través del filamento para alcanzar la temperatura a la que se desea calentar el cátodo.

Suponga que este diodo debe permitir el paso de una corriente $I(t)$ cuyo valor máximo I_m es de 5 A a través de la resistencia $R = 100 \, \Omega$ de la figura, que el cátodo es, o de cobre (Cu), o de tungsteno (W), y que por razones prácticas la densidad máxima de corriente en el cátodo es de $0.2 \, \text{A/cm}^2$.

Pregunta 2 ¿Qué material, cobre o tungsteno, selecciona para el cátodo?

Pregunta 3 ¿A qué temperatura debe calentarse el cátodo? (Utilice un método gráfico)

Pregunta 4 ¿Cuál es el área del cátodo?

Pregunta 5 ¿Qué potencial V debe haber entre ánodo y cátodo para que la corriente máxima en el circuito sea la indicada en el problema?

Pregunta 6 ¿Cuál es el valor máximo de $V_f(t)$?

Pregunta 7 Para las especificaciones del problema, ¿cuál diría usted que es la potencia disipada en R?

1. 2500 W.
2. 1250 W.
3. 625 W.
4. 325 W.
5. Ninguna de las anteriores.

Pregunta 8 ¿Qué implicaciones tendría (en relación a sus resultados) que la frecuencia de la fuente de alimentación fuera mucho menor a 60 Hz? ¿Y si fuera mucho mayor?

2.2. Corriente en el circuito

La Figura 8 muestra tres posibilidades para la corriente en el circuito.

La opción B corresponde con $I_B(t)$ (en amperios) dada por:

$$I_B(t) = \begin{cases} 5 \cos(2\pi f_o t) & V_f(t) \geq 0 \\ 0 & V_f(t) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

con $f_o = 60$ Hz.

Pregunta 9 ¿Cuál de las tres curvas, (A), (B), o (C), representa mejor a la corriente en el circuito?

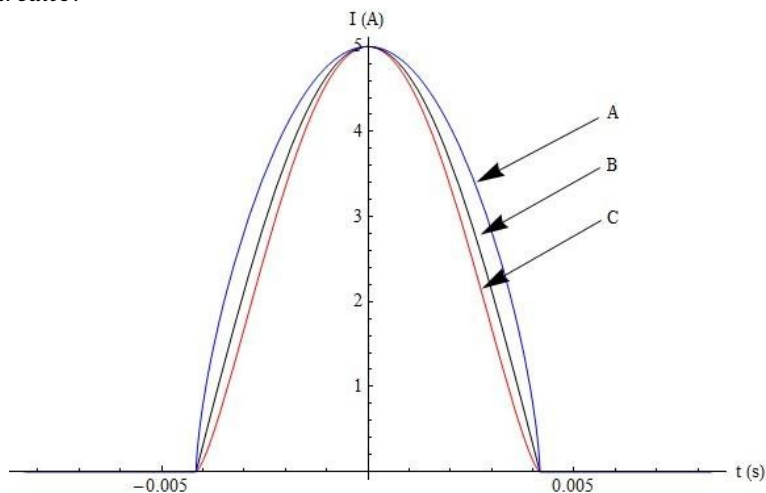


Figura 8: Corriente en el circuito

3. Preguntas

Todas las preguntas que surgen durante el planteamiento y especificaciones del problema se concentran y enumeran aquí:

1. En la Figura 3 aparece una curva naranja y otra azul, ¿cuál corresponde al tungsteno (W) y cuál al cobre (Cu)?
2. ¿Qué material selecciona para el cátodo?
3. ¿A qué temperatura debe estar el cátodo? (Utilice un método gráfico)
4. ¿Cuál es el área del cátodo?
5. ¿Cuál es el potencial V que debe aplicarse entre ánodo y cátodo para que la corriente máxima en el circuito sea la indicada en el problema?
6. ¿Cuál es el valor máximo de $V_f(t)$?
7. Para las especificaciones del problema, ¿cuál diría usted que es la potencia disipada en R ?
 - a) $2500W$
 - b) $1250W$
 - c) $625W$
 - d) $325W$
 - e) Ninguna de las anteriores.
8. ¿Qué implicaciones tendría (en relación a sus resultados) que la frecuencia de la fuente de alimentación fuera mucho menor a 60 Hz? ¿Y si fuera mucho mayor?
9. ¿Cuál de las tres curvas, (A), (B), o (C), representa mejor a la corriente en el circuito?

4. Datos y constantes

4.1. Constantes

Magnitud de la carga del electrón:

$$q_e = 1.6021 \times 10^{-19} C$$

Masa del electrón:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Constante de Boltzmann:

$$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Constante de Planck: $h =$

$$6.6260 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Constante reducida de Planck:

$$\hbar = 1.0545 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Permitividad del vacío:

$$\epsilon_0 = 8.8541 \times 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}$$

4.2. Datos del tungsteno (W)

Densidad: $\rho_W = 19.28 \text{ g/cm}^3$

Masa atómica del tungsteno: $m_W = 183.84$

Función de trabajo: $\Phi_W = 4.5 \text{ eV}$

Factor de corrección: $\lambda_W = 1$

Punto de fusión: $T_W = 3,695.00 \text{ }^\circ\text{K}$

4.3. Datos del cobre (Cu)

Densidad: $\rho_{Cu} = 8.96 \text{ g/cm}^3$

Masa atómica del cobre: $m_{Cu} = 63.546$

Función de trabajo: $\Phi_{Cu} = 4.7 \text{ eV}$

Factor de corrección: $\lambda_{Cu} = 1$

Punto de fusión: $T_{Cu} = 1,357.77 \text{ }^\circ\text{K}$

4.4. Datos de la válvula

Distancia entre ánodo y cátodo: $d = 0.5 \text{ cm}$.