

Aire descendiendo en la atmósfera

Uno de los patrones globales de la circulación del aire en la atmósfera es el que se conoce como *célula de Hadley*. En esta célula el aire húmedo asciende en el ecuador alcanzando la parte alta de la atmósfera. Una cantidad de aire se va hacia el norte y otra hacia el sur. El aire pierde humedad y ya seco desciende en latitudes alrededor de los 30° . Al llegar al suelo una parte regresa de nuevo al ecuador cerrando el ciclo de circulación. Este patrón explica en parte la existencia de regiones desérticas en las latitudes mencionadas.

En una región árida como el desierto del Sahara la atmósfera se puede considerar compuesta de aire seco, es decir, sin humedad alguna. En tales condiciones, la temperatura de la atmósfera desciende con la altura a una razón L_a . Considere un paquete o masa de aire contenida en una esfera de radio R , a una temperatura T_0 y que se encuentra a una altura z_0 sobre el suelo, estando en equilibrio térmico con el ambiente. Si el paquete desciende sin mezclarse y sin intercambiar calor con el ambiente que lo rodea, este aumenta su temperatura a una razón L_p .

(a) Asumiendo que la masa esférica de aire tiene una temperatura uniforme, encuentre la diferencia de temperatura entre la masa de aire y el ambiente cuando esta ha descendido a una altura z . Exprese su respuesta en términos de L_e y L_p .

(b) Debido a la diferencia de temperatura, la masa de aire irradia calor hasta que alcanza nuevamente el equilibrio térmico con el ambiente. Calcule la cantidad de calor que se debe irradiar para alcanzar el equilibrio térmico cuando el paquete llega a una altura z . Exprese su respuesta en términos de la densidad del aire ρ y el calor específico del aire a presión constante c_p .

(c) Calcule cuánto tiempo tarda la masa de aire enfriarse hasta alcanzar el equilibrio térmico. Ayuda: utilice la ley de Stefan-Boltzmann $P = \sigma AT^4$, asumiendo que el enfriamiento empieza al llegar a la altura z y ocurre a temperatura constante hasta alcanzar el equilibrio térmico. Para esta pregunta utilice los siguientes datos: $L_a = 7.0$ K/km, $L_p = 10$ K/km, $z_0 = 9.0$ km, $z = 0.5$ km, $T_0 = -35^\circ\text{C}$, $R = 400$ m, $\rho = 1.2$ kg/m³, $c_p = 1005$ J/(kg K), $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ W/(m² K⁴).

(d) Cuando los gases de efecto invernadero aumentan su concentración en la atmósfera se propicia lo que llamamos calentamiento global. Esto tiene el efecto de aumentar la altura desde la cual la masa de aire empieza su descenso. Si ahora la altura inicial es $z_0 + h$ de forma que $h = 200$ m. Repita el cálculo de la pregunta (c) para esta nueva situación.

Solución

(a) **Valor: 20 %**

El cambio de temperatura en la atmósfera es **(5 %)**

$$\Delta T_a = -L_a \Delta z, \quad \implies \quad T_a = T_{a0} - L_a(z - z_0).$$

El cambio de temperatura del paquete de aire es **(5 %)**

$$\Delta T_p = -L_p \Delta z, \quad \implies \quad T_p = T_{p0} - L_p(z - z_0).$$

Si el paquete y el ambiente están en equilibrio térmico a la altura inicial z_0 , eso implica que $T_{a0} = T_{p0} = T_0$. Por lo tanto

$$\begin{aligned} T_a &= T_0 - L_a(z - z_0), \\ T_p &= T_0 - L_p(z - z_0). \end{aligned} \tag{1}$$

Restando las ecuaciones obtenemos **(10 %)**

$$\boxed{T_p - T_a = (L_a - L_p)(z - z_0).} \tag{2}$$

(b) **Valor: 30 %**

La cantidad de calor está dada por la capacidad calorífica del aire que se escribe como **(10 %)**

$$\Delta Q = mc_p \Delta T.$$

La diferencia de temperatura está dada por (2). Escribiendo la masa en términos del volumen y la densidad, al sustituir obtenemos **(20 %)**

$$\boxed{\Delta Q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho c_p (L_a - L_p)(z - z_0).} \tag{3}$$

(c) **Valor: 40 %**

La cantidad de calor a irradiar depende de la potencia neta P_N y del tiempo. Es decir, **(10 %)**

$$\Delta Q = P_N \Delta t.$$

La cantidad ΔQ está dada por (3). La potencia neta de radiación P_N es lo que emite el paquete de aire menos lo que absorbe del ambiente que lo rodea. Utilizando la ley de Stefan-Boltzmann $P = \sigma A T_p^4$, la potencia neta es **(20 %)**

$$P_N = \sigma A (T_p^4 - T_a^4).$$

Despejando el tiempo Δt tenemos **(10 %)**

$$\Delta t = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho c_p (L_a - L_p)(z - z_0)}{\sigma A (T_p^4 - T_a^4)},$$

$$\Delta t = \frac{R\rho c_p(L_a - L_p)(z - z_0)}{3\sigma(T_p^4 - T_a^4)} = 23,701 \text{ s} \approx 6.58 \text{ h}, \quad (4)$$

en donde hemos utilizado el área superficial de la esfera $A = 4\pi R^2$ y las temperaturas dadas por (1).

(d) **10 %**

Repitiendo el cálculo de la fórmula (5) ahora con $z_0 = 9.2 \text{ km}$, obtenemos

$$\Delta t = 21,991 \text{ s} \approx 6.11 \text{ h} \quad (5)$$