

Válvula termoiónica

J. C., Córdova Zeceña
Universidad de San Carlos de Guatemala
Asociación Guatemalteca de Física

Julio - Septiembre de 2022

1. Planteamiento

Un diodo de tubo es una válvula termoiónica simple que permite el paso de corriente en una sola dirección.

El diodo consiste en un ánodo polarizado positivamente y un cátodo polarizado negativamente dentro de una cápsula al vacío. La diferencia de potencial entre ánodo y cátodo es V .

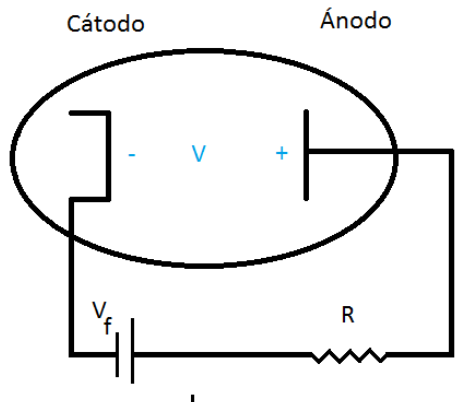


Figura 1: Válvula termoiónica simple.

Normalmente no circula corriente porque no hay portadores libres en el espacio entre el cátodo y ánodo; los portadores libres (electrones) están confinados a las partes metálicas de éstos.

Para introducir electrones que puedan ser recogidos por el campo eléctrico entre el cátodo y el ánodo es necesario que éstos tengan energía suficiente para superar la función de trabajo del material del cátodo. Se puede dotar a una fracción apreciable de electrones de la energía necesaria *calentando* al cátodo a una temperatura suficientemente alta. Un filamento que se calienta debido a la corriente que se hace circular por él sirve para este propósito.

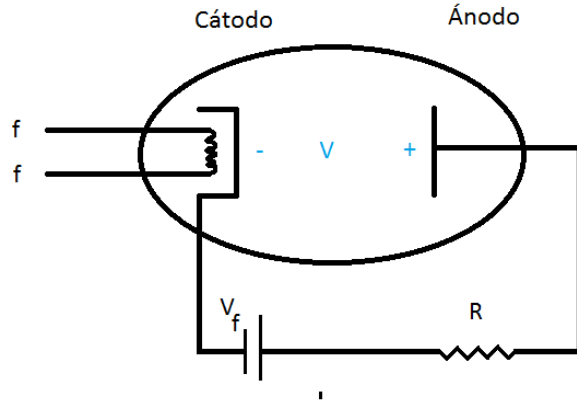


Figura 2: Válvula termoiónica polarizada.

Calcular cuál es la densidad de corriente que puede obtenerse, dado un material y temperatura, requiere calcular la energía de los electrones en un material empleando conceptos de mecánica cuántica y luego determinar el número de electrones por unidad de volumen que tienen suficiente energía (y van en la dirección correcta) para escapar.

El cálculo es elaborado, pero los resultados se condensan en lo que se denomina la *Ley de Richardson* o *Ley de Richardson-Dushman* originalmente propuesta por Owens Willans Richardson en 1911 y refinada por Richardson mismo, Dushman, y otros en el período de 1911 a 1930, al conocerse mejor la distribución de energías de electrones en metales.

La *Ley de Richardson* indica cuál es la densidad de corriente que puede obtenerse con una temperatura dada.

$$J = \lambda_r \frac{2mk^2 q_e}{(2\pi)^2 \hbar^3} T^2 e^{-\frac{\Phi_w}{kT}} \quad (1)$$

$$= \lambda_r A_0 T^2 e^{-\frac{\Phi_w}{kT}} \quad (2)$$

$$A_0 = \frac{2mk^2q_e}{(2\pi)^2\hbar^3} \quad (3)$$

Donde λ_r es un factor de corrección que depende del material y su estructura, m es la masa del electrón, q_e es la magnitud de su carga, T es la temperatura $\hbar$ es la constante reducida de Planck, Φ_w es la función de trabajo del cátodo, y k es la constante de Boltzmann, todo en el sistema internacional.

La Figura 3 muestra la dependencia de la densidad de corriente con la temperatura para dos materiales distintos.

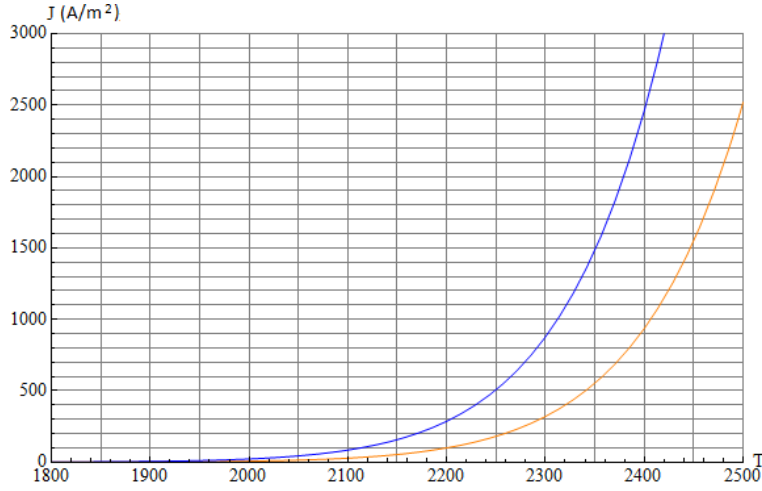


Figura 3: Ley de Richardson - Dos materiales distintos

Pregunta 1 En la Figura 3 aparece una curva naranja y otra azul, ¿cuál corresponde al tungsteno (W) y cuál al cobre (Cu)?

Por otro lado, los electrones distribuidos entre el cátodo y el ánodo forman lo que se denomina una *carga espacial* que limita la cantidad de carga que pueda transportarse entre el ánodo y el cátodo; la máxima densidad de corriente, suponiendo una disponibilidad infinita de electrones térmicos, depende de la diferencia de potencial V entre cátodo y ánodo, lo cual está descrito por la *Ley de Child-Langmuir*, propuesta por Clement Dexter Child en 1911, poco después de la *Ley de Richardson*

$$J = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2q_e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2} \quad (4)$$

Donde, aparte de las constantes ya mencionadas, ϵ_0 es la permitividad del vacío,

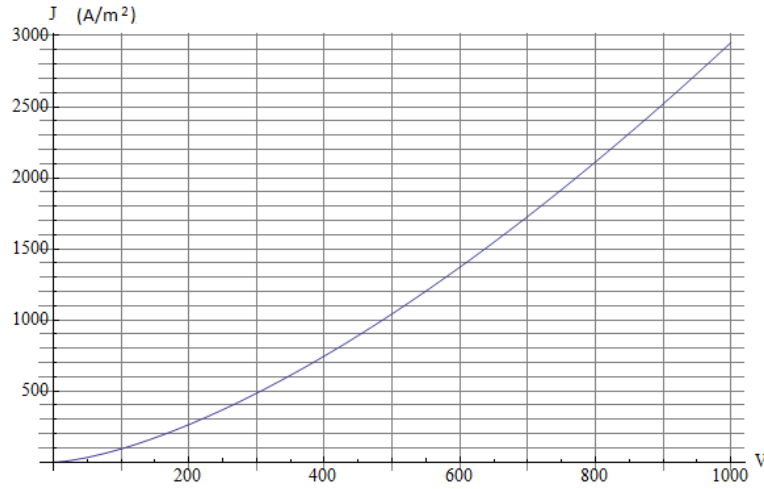


Figura 4: Ley de Child-Langmuir.

V es la diferencia de potencial entre ánodo y cátodo, y d es la distancia entre ánodo y cátodo, todo en el sistema internacional.

La relación entre densidad de corriente y diferencia de potencial prescrita por la *Child-Langmuir* se muestra en la Figura 4. En este caso no hay una dependencia con el material del que están hechos los electrodos, pero sí con la geometría; en particular, la expresión es válida para cuando el cátodo y el ánodo son placas paralelas separadas por una distancia relativamente pequeña.

2. Especificaciones

2.1. Rectificador

Antiguamente, uno de los usos de un diodo de tubo era como *rectificador* de corriente alterna, para convertirla en corriente directa y proporcionar energía a los demás componentes de un sistema electrónico (radios, televisores, etc.).

En la Figura 5 la resistencia R representa la impedancia equivalente de los circuitos que deben ser alimentados con corriente directa y la fuente de poder tiene una frecuencia de 60 Hz.

Con el circuito mostrado la corriente y el voltaje en R no cambian de polaridad (en ese sentido son “corriente directa”), pero es claro que no son constantes.

$$V_f(t) = V_m \cos(120\pi t) \quad (5)$$

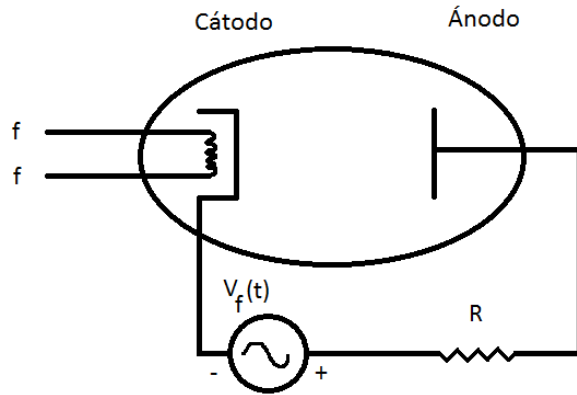


Figura 5: Rectificador de corriente alterna

Presuma que se hace circular una corriente a través del filamento para alcanzar la temperatura a la que se desea calentar el cátodo.

Suponga que este diodo debe permitir el paso de una corriente $I(t)$ cuyo valor máximo I_m es de 5 A a través de la resistencia $R = 100 \, \Omega$ de la figura, que el cátodo es, o de cobre (Cu), o de tungsteno (W), y que por razones prácticas la densidad máxima de corriente en el cátodo es de $0.2 \, \text{A/cm}^2$.

Pregunta 2 ¿Qué material, cobre o tungsteno, selecciona para el cátodo?

Pregunta 3 ¿A qué temperatura debe calentarse el cátodo?

Pregunta 4 ¿Cuál es el área del cátodo?

Pregunta 5 ¿Qué potencial V debe haber entre ánodo y cátodo para que la corriente máxima en el circuito sea la indicada en el problema?

Pregunta 6 ¿Cuál es el valor máximo de $V_f(t)$?

Pregunta 7 Para las especificaciones del problema, ¿cuál diría usted que es la potencia disipada en R ?

1. 2500 W.

2. 1250 W.
3. 625 W.
4. 325 W.
5. Ninguna de las anteriores.

Pregunta 8 ¿Qué implicaciones tendría (en relación a sus resultados) que la frecuencia de la fuente de alimentación fuera mucho menor a 60 Hz? ¿Y si fuera mucho mayor?

2.2. Teoría y experimento

En 1913 Langmuir publicó un artículo titulado *The effect of space charge and residual gases on thermionic currents in high vacuum* donde, haciendo experimentos con una válvula termoiónica con cátodo y ánodo de tungsteno, obtenía curvas características de J versus T que seguían en buena medida las predichas por la *Ley de Richardson*, pero eventualmente diferían bastante de ella. Lo que ahora se conoce como *Ley de Child-Langmuir* justamente surgió del análisis de estas discrepancias y su explicación.

La Figura 6 muestra una gráfica del artículo mencionado. El circuito empleado es esencialmente el de la Figura 2, los voltajes entre ánodo y cátodo empleados se muestran en la figura.

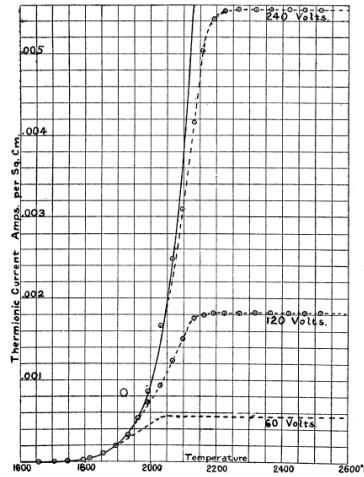


Figura 6: Curvas J-V para un diodo con cátodo de tungsteno.

La Figura 7 muestra una gráfica similar, obtenida empleando las Ecuaciones (1) y (4).

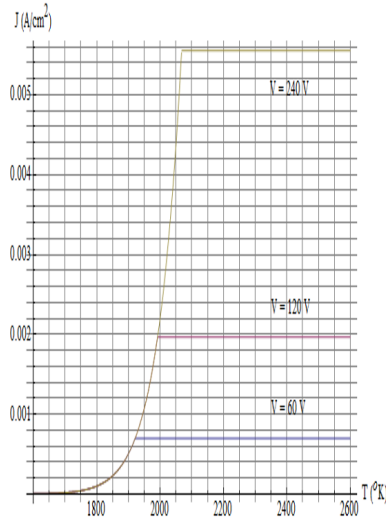


Figura 7: Característica J-V teórica

Pregunta 9 En las Figuras 6 y 7 ¿cómo explica las regiones donde J es prácticamente constante?

Pregunta 10 ¿Cuáles son y a qué se deben las diferencias entre los resultados experimentales (Figura 6) y las curvas teóricas (Figura 7)?

Pregunta 11 La densidad de corriente en el diodo parece depender, entre otras cosas, de características del cátodo, de la temperatura (T) y del voltaje (V) entre ánodo y cátodo. Obtenga una función para J que tome en cuenta estas variables y parámetros.

2.3. Corriente en el circuito

La Figura 8 muestra tres posibilidades para la corriente en el circuito.

La opción B corresponde con $I_B(t)$ (en amperios) dada por:

$$I_B(t) = \begin{cases} 5 \cos(2\pi f_o t) & V_f(t) \geq 0 \\ 0 & V_f(t) < 0 \end{cases} \quad (6)$$

con $f_o = 60 \text{ Hz}$.

Pregunta 12 ¿Cuál de las tres curvas, (A), (B), o (C), representa mejor a la corriente en el circuito?

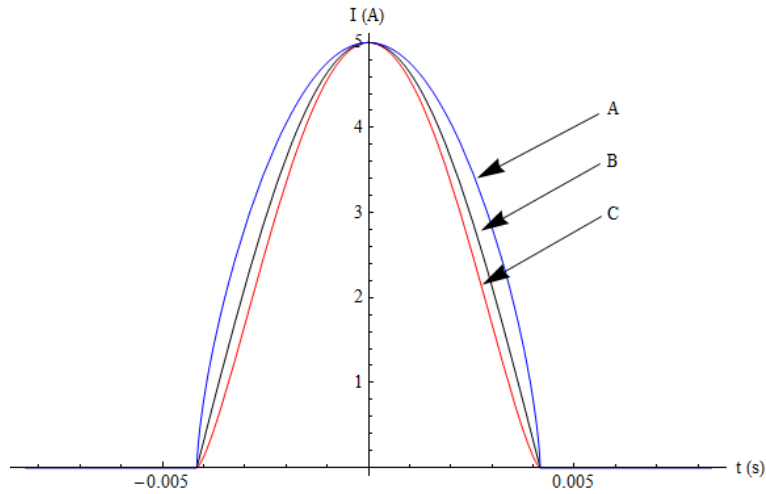


Figura 8: Corriente en el circuito

3. Preguntas

Todas las preguntas que surgen durante el planteamiento y especificaciones del problema se concentran y enumeran aquí:

1. En la Figura 3 aparece una curva naranja y otra azul, ¿cuál corresponde al tungsteno (W) y cuál al cobre (Cu)?
2. ¿Qué material selecciona para el cátodo?
3. ¿A qué temperatura debe estar el cátodo?
4. ¿Cuál es el área del cátodo?
5. ¿Cuál es el potencial V que debe aplicarse entre ánodo y cátodo para que la corriente máxima en el circuito sea la indicada en el problema?
6. ¿Cuál es el valor máximo de $V_f(t)$?
7. Para las especificaciones del problema, ¿cuál diría usted que es la potencia disipada en R ?
 - a) 2500W
 - b) 1250W
 - c) 625W

d) $325W$

e) Ninguna de las anteriores.

8. ¿Qué implicaciones tendría (en relación a sus resultados) que la frecuencia de la fuente de alimentación fuera mucho menor a 60 Hz? ¿Y si fuera mucho mayor?
9. En las Figuras 6 y 7 ¿cómo explica las regiones donde J es prácticamente constante?
10. ¿Cuáles son y a qué se deben las diferencias entre los resultados experimentales (Figura 6) y las curvas teóricas (Figura 7)?
11. La densidad de corriente en el diodo parece depender, entre otras cosas, de características del cátodo, de la temperatura (T) y del voltaje (V) entre ánodo y cátodo. Obtenga una función para J que tome en cuenta estas variables y parámetros.
12. ¿Cuál de las tres curvas, (A), (B), o (C), representa mejor a la corriente en el circuito?

4. Datos y constantes

4.1. Constantes

Magnitud de la carga del electrón:

$$q_e = 1.6021 \times 10^{-19} \text{ C}$$

Masa del electrón:

$$m = 9.1093 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Constante de Boltzmann:

$$k = 1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

Constante de Planck:

$$h = 6.6260 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Constante reducida de Planck:

$$\hbar = 1.0545 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Permitividad del vacío:

$$\epsilon_0 = 8.8541 \times 10^{-12} \frac{\text{A}^2 \cdot \text{s}^4}{\text{kg} \cdot \text{m}^3}$$

4.2. Datos del tungsteno (W)

Densidad: $\rho_W = 19.28 \text{ g/cm}^3$

Masa atómica del tungsteno: $m_W = 183.84$

Función de trabajo: $\Phi_Q = 4.5 \text{ eV}$

Factor de corrección: $\lambda_W = 1$

Punto de fusión: $T_W = 3,695.00 \text{ }^\circ K$

4.3. Datos del cobre (Cu)

Densidad: $\rho_{Cu} = 8.96 \text{ g/cm}^3$

Masa atómica del cobre: $m_{Cu} = 63.546$

Función de trabajo: $\Phi_{Cu} = 4.7 \text{ eV}$

Factor de corrección: $\lambda_{Cu} = 1$

Punto de fusión: $T_{Cu} = 1,357.77 \text{ }^\circ K$

4.4. Datos de la válvula

Distancia entre ánodo y cátodo: $d = 0.5 \text{ cm}$.

5. Conceptos

El problema explora los siguientes conceptos en física:

1. Función de trabajo.
2. Emisión termoiónica.
3. Carga espacial y corriente.
4. Circuitos eléctricos básicos.
5. Aplicabilidad de modelos.

6. Solución

La solución a las preguntas se aborda en el orden que permite ir generando las respuestas apropiadas, no necesariamente en el orden en que fueron planteadas las preguntas.

6.1. Curvas (1)

A una temperatura T dada, la densidad de corriente dada por la *Ley de Richardson* (Ecuación (1)) es menor cuanto mayor sea la función de trabajo. Como la función de trabajo del cobre (4.7eV) es mayor que la del tungsteno (4.5 eV), en la Figura 3 la curva “de abajo”, i.e., la anaranjada, es la que corresponde con el cobre y la superior, azul, con el tungsteno. Ver Figura 9.

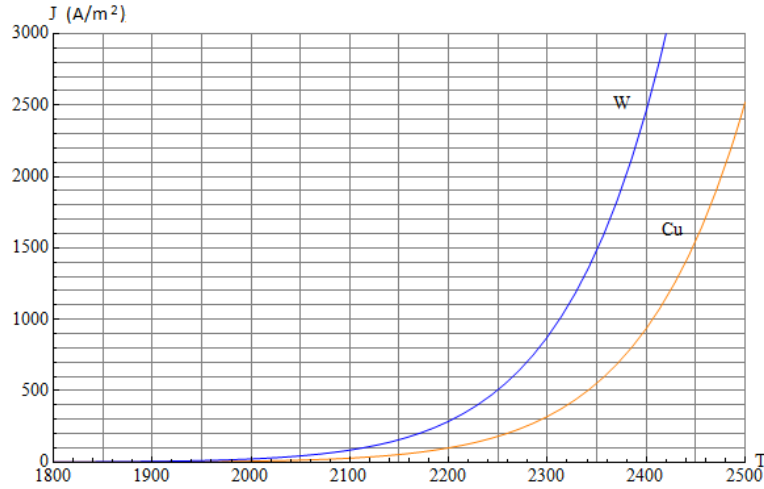


Figura 9: Ley de Richardson para cobre (Cu) y tungsteno (W).

6.2. Área del cátodo (4)

El área del cátodo A_K se obtiene de la densidad máxima de corriente que se permite en el cátodo y la corriente máxima que se especifica en el problema.

$$A_K = \frac{5 \text{ A}}{0.2 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}} \quad (7)$$

$$= 25 \text{ cm}^2 \quad (8)$$

$$= 25 \text{ cm}^2 \left(\frac{\text{m}}{100 \text{ cm}} \right)^2 \quad (9)$$

$$= 0.0025 \text{ m}^2 \quad (10)$$

$$= 25 \text{ cm}^2 \quad (11)$$

6.3. Temperatura de cátodos de tungsteno y cobre (3)

6.3.1. Por gráfica

Una forma algo burda de obtener la temperatura de cátodos de cobre y tungsteno es por medio de las Figura 3.

Se sabe, de condiciones del problema, que $J = 2000 \text{ A/m}^2$, luego la intersección de esta recta con las curvas del cobre y del tungsteno nos permite obtener la temperatura.

Viendo las Figuras 10 y 10, obtenemos que la temperatura para un cátodo de cobre debe ser poco mayor a $T = 2475 \text{ }^\circ\text{K}$ y para uno de tungsteno debe ser un poco menor a $T = 2380 \text{ }^\circ\text{K}$

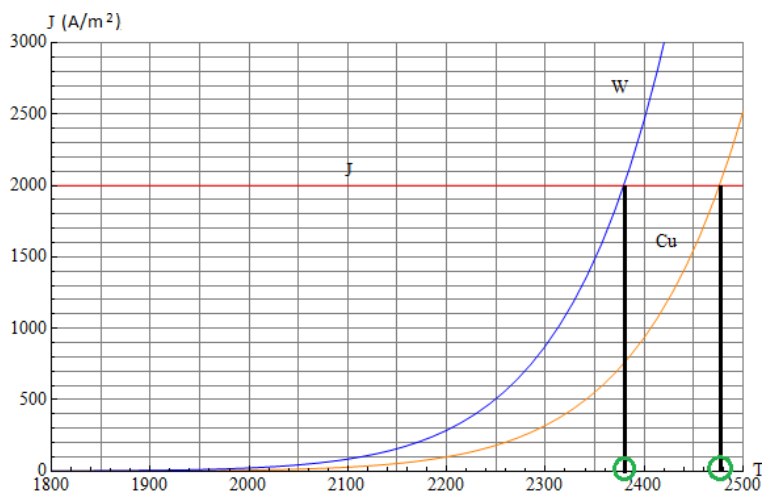


Figura 10: Temperatura por método gráfico

6.3.2. Por aproximaciones

Tungsteno Usando la Ley de Richardson se comienza con alguna temperatura y se decide subir o bajar según se necesite. (Un buen punto de partida sería el resultado gráfico.)

El J deseado es $J = 2000 \text{ A/m}^2$.

Por ejemplo, la secuencia podría ser:

$$\begin{aligned}
T &= 1000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{\text{wp}}}{kT}} \\
&= 2.52322 \times 10^{-11} \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy pequeño; incrementar la temperatura.} \\
T &= 2000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{\text{wp}}}{kT}} \\
&= 22.0279 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy pequeño; incrementar la temperatura.} \\
T &= 3000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{\text{wp}}}{kT}} \\
&= 298407 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy grande; decrementar la temperatura.} \\
T &= 2500 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{\text{wp}}}{kT}} \\
&= 6376.54 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy grande; decrementar la temperatura.} \\
&\vdots \\
T &= 2379.2085 \text{ K}
\end{aligned}$$

Cobre Al igual que antes, usamos la Ley de Richardson y vamos probando.

El J deseado es $J = 2000 \text{ A/m}^2$.

$$\begin{aligned}
T &= 1000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{ev}}{kT}} \\
&= 2.47769 * 10^{-12} \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy pequeño; incrementar la temperatura.} \\
T &= 2000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{ev}}{kT}} \\
&= 6.90271 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy pequeño; incrementar la temperatura.} \\
T &= 3000 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{ev}}{kT}} \\
&= 137670 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy grande; decrementar la temperatura.} \\
T &= 2500 \text{ K} \\
J &= \lambda_r A_0 T^2 e^{\frac{\Phi_{ev}}{kT}} \\
&= 2520.12 \text{ A/m}^2 \\
&\text{Muy grande; decrementar la temperatura.} \\
&\vdots \\
T &= 2475.96 \text{ K}
\end{aligned}$$

6.3.3. Por iteraciones

Otra manera sería despejando T de la Ley de Richardson:

$$T = \frac{\Phi_{ev} q e}{k \ln \left(\frac{\lambda A_0 T^2}{J} \right)} \quad (12)$$

Definimos

$$g(T) = \frac{\Phi_{ev} q e}{k \ln \left(\frac{\lambda A_0 T^2}{J} \right)} \quad (13)$$

Y entonces tenemos

$$T = g(T) \quad (14)$$

Es decir, T es un punto fijo de la función $g(T)$ y podemos obtener T iterando.

Tungsteno Usamos la función de trabajo del tungsteno, Φ_W , y el factor de corrección λ_W .

$$\begin{aligned}
T &\leftarrow 1000 \text{ K} \\
g(T) &= 2583.25K \\
T &\leftarrow 2583.25 \text{ K} \\
g(T) &= 2361.5K \\
T &\leftarrow 2361.5 \text{ K} \\
g(T) &= 2380.83K \\
T &\leftarrow 2380.83 \text{ K} \\
g(T) &= 2379.06K \\
T &\leftarrow 2379.06 \text{ K} \\
g(T) &= 2379.22K \\
T &\leftarrow 2379.22 \text{ K} \\
g(T) &= 2379.21K \\
T &\leftarrow 2379.21 \text{ K} \\
g(T) &= 2379.21K \\
T &\leftarrow 2379.21 \text{ K}
\end{aligned} \tag{15}$$

Cobre Usando la iteración, pero aplicando los valores de Φ_{eV} y λ del cobre:

$$g(T) = \frac{\Phi_{eV} q e}{k \ln \left(\frac{\lambda A_0 T^2}{J} \right)} \tag{16}$$

Tenemos

$$\begin{aligned}
T &\leftarrow 1000 \text{ K} \\
g(T) &= 2698.06K \\
T &\leftarrow 2698.06 \text{ K} \\
g(T) &= 2456.8K \\
T &\leftarrow 2456.8 \text{ K} \\
g(T) &= 2477.71K \\
T &\leftarrow 2477.71 \text{ K} \\
g(T) &= 2475.8K \\
T &\leftarrow 2475.8 \text{ K} \\
g(T) &= 2475.97K \\
T &\leftarrow 2475.96 \text{ K} \\
g(T) &= 2475.97K \\
T &\leftarrow 2475.96 \text{ K} \\
g(T) &= 2475.97K \\
T &\leftarrow 2475.96 \text{ K}
\end{aligned}
\tag{17}$$

6.4. Selección de material (2)

Elemento	Temperatura de cátodo °K	Temperatura de fusión °K
Tungsteno	2379.21	3695.00
Cobre	2475.96	1357.77

Cuadro 1: Temperaturas de filamento y de fusión.

El material que debe seleccionarse es el **tungsteno**; el cobre se fundiría antes de alcanzar la temperatura de cátodo deseada.

6.5. Diferencia de potencial entre ánodo y cátodo (5)

Ahora, usando la Ley de Child-Langmoir y la distancia dada entre ánodo y cátodo, obtenemos la diferencia de potencial en la válvula.

$$\beta = \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2q_e}{m}}
\tag{18}$$

$$V = \left(\frac{J}{\beta} d^2 \right)^{2/3} \quad (19)$$

$$= 771.37 \text{ V} \quad (20)$$

6.6. Valor máximo de voltaje de la fuente (6)

El voltaje máximo de la fuente se obtiene por *Ley de Kirchoff*, $V_f(t)$ es:

$$\begin{aligned} \max(V_f(t)) &= V + IR \\ &= 1271.37 \text{ V} \end{aligned} \quad (21)$$

6.7. Curva de corriente (12)

Mientras el voltaje de la fuente, $V_f(t)$ sea negativo el ánodo también será negativo respecto al cátodo y no circula ninguna corriente. Este hecho no sirve para discriminar qué curva, A, B, o C, es la correcta porque todas tienen esta característica.

La curva de referencia, B, se obtendría si la relación entre voltaje del diodo y corriente (V/I) fuera una constante (durante el semiciclo en el que $V_f(t) > 0$), de manera que el diodo se vería sólo como una resistencia en serie con R .

Sin embargo, por *Ley de Richardson*, tenemos:

$$J = \frac{\beta}{d^2} V^{3/2} \quad (22)$$

$$I = J d^2 = \beta V^{3/2} \quad (23)$$

y la “resistencia” del diodo, R_d tiene la forma:

$$R_d = \frac{V}{I} = \frac{1}{\beta \sqrt{V}} \quad (24)$$

La resistencia del diodo es mínima cuando $V_f(t)$ es máxima y a medida que $V_f(t)$ disminuye la resistencia R_d se incrementa, dejando pasar menos corriente que en el caso de que R_d fuera constante e igual al valor mínimo que alcanza.

Luego, la curva C de la Figura 8 es la que mejor representa a la corriente en el circuito.

6.8. Potencia disipada en la resistencia (7)

Ya que $I = 5 \text{ A}$ es la máxima corriente del circuito y éste está excitado por un voltaje cosenoidal, se podría pensar que la potencia disipada en R es:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} I^2 R \\ &= \frac{5^2}{2} \times 100 \\ &= 1250 \text{ W} \end{aligned} \tag{25}$$

Sin embargo esto sería incorrecto en parte porque el diodo representa un *rectificador de media onda* y entonces sólo entrega potencia en la mitad del período de la fuente.

Tentativamente uno podría entonces corregir y proponer:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} I^2 R \right) \\ &= 625 \text{ W} \end{aligned} \tag{26}$$

Esta solución tampoco es correcta, principalmente porque el diodo se comporta como una *resistencia variable* que disminuye su resistencia a medida que el voltaje aplicado aumenta, por lo que la corriente instantánea que circula por el circuito es menor que la circularía si el diodo representara una resistencia constante. Luego se disipa menos potencia que 625 W.

La opción correcta entonces es (7c) *Ninguna*. La explicación:

“La no linealidad del diodo hace que éste permita la circulación de corrientes menores a las que se esperarían si la relación entre voltaje aplicado a éste y la corriente que circula por el mismo fuera lineal, luego, se disipa menos potencia que 625 W.”

Nótese que si se resuelve primero la Pregunta (12), se puede llegar más rápido a la respuesta de esta pregunta.

6.9. Implicaciones de la frecuencia (8)

Si la frecuencia fuera menor que 60 Hz, la misma se acerca más a las condiciones de corriente continua para las cuales fue desarrollada la *Ley de Child-Langmuir*, i.e., los resultados serían más exactos (dentro de las aproximaciones y presunciones bajo las cuales se derivaron las leyes de Richardson y Child-Langmuir).

Si la frecuencia es muy alta, las placas del diodo se ven más como un capacitor, por lo que su impedancia disminuye y eventualmente es despreciable respecto a la resistencia R del circuito. A frecuencias muy altas el circuito está compuesto, prácticamente, por solo una resistencia.

6.10. Regiones de J constante (9)

En la gráfica experimental de Langmuir (Figura 6) así como en la gráfica teórica (Figura 7), las regiones de J constante resultan de que el potencial entre ánodo y cátodo no es suficiente para evacuar los electrones termoemitidos disponibles. De hecho esta observación, y el posterior cálculo de la máxima densidad de corriente posible de evacuar dado un potencial entre ánodo y cátodo, fue lo que condujo a la *Ley de Child-Langmuir*.

La respuesta esperada va en el orden de:

Para una diferencia de potencial entre ánodo y cátodo, hay una densidad de corriente máxima dada por la Ley de Child-Langmuir, de manera que aunque hayan más que suficientes electrones térmicos, la corriente está limitada por el potencial aplicado al diodo.

6.11. J en función de T y V (11)

La densidad de corriente J depende de la temperatura T del cátodo, y el voltaje entre ánodo y cátodo V .

La temperatura T junto con la función de trabajo Φ_w y factor de corrección λ determina la máxima disponibilidad de electrones por unidad de área por unidad de tiempo debido a emisión termoiónica, lo cual está expresado por la *Ley de Richardson*.

El voltaje entre ánodo y cátodo V , por otro lado, determina (*Ley de Child-Langmuir*) la máxima densidad de corriente que puede transportarse, dada una separación d entre cátodo y ánodo, suponiendo disponibilidad infinita de portadores (electrones térmicos).

La densidad de corriente J está determinada por el factor limitante, o la insuficiencia de electrones térmicos, o la insuficiencia de un campo eléctrico (en proporción al potencial entre cátodo y ánodo) para evacuarlos.

Así:

$$J(T, V, \Phi_w, \lambda, d) = \min \left(\lambda_r \frac{2mk^2 q_e}{(2\pi)^2 \hbar^3} T^2 e^{-\frac{\Phi_w}{kT}}, \frac{4\epsilon_0}{9} \sqrt{\frac{2q_e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2} \right) \quad (27)$$

6.12. Diferencias entre curvas experimentales y teóricas (10)

La diferencia entre curvas experimentales y teóricas resulta de varios hechos que se enumeran aquí en orden de importancia:

1. Presunciones en la *Ley de Child-Langmuir*. La ley se deriva suponiendo una disponibilidad infinita de electrones térmicos, no toma en cuenta que éste puede no ser el caso (a medida que T es muy grande, esto es menos importante).
2. Presunciones en la *Ley de Richardson*. La ley presume que $\Phi_w \gg kT$, cuando esto no es el caso se presentan discrepancias.
3. Incertezas en datos experimentales o su registro. Los datos, en las gráficas experimentales de Langmuir, no presentan barras de incertezas que permitan una comparación más objetiva entre datos experimentales y teóricos.

7. Evaluación

7.1. Elementos de evaluación

Los elementos de evaluación son aspectos generales que se desea evaluar:

- Comprensión del problema. El trabajo presentado muestra que se comprende qué se pregunta.
- Estructura de la solución. El desarrollo es lógico, ordenado, y completo.
- Selección de datos. Se emplean los datos necesarios y se obvian aquellos que no lo son.
- Aplicación de conceptos. Los conceptos físicos aplicados son los apropiados para obtener las respuestas a las preguntas planteadas.
- Operatoria y aplicación de métodos. Los métodos empleados (solución de ecuaciones, aproximaciones sucesivas, métodos gráficos, etc.) son consistentes con la pregunta o preguntas que se desea resolver.
- Discriminación. El trabajo realizado fundamenta la toma de decisiones.
- Extrapolación. Se demuestra que la comprensión del fenómeno permite inferir las implicaciones de variar condiciones del problema, sin necesariamente hacer un análisis exhaustivo o detallado.
- Exactitud de la respuesta. La respuesta presentada es correcta y dentro de la exactitud esperada.

Las preguntas se diseñan a manera de poder evaluar uno o más aspectos y su ponderación relativa debe estar en función de los aspectos de evaluación que se prueban con la pregunta y la dificultad intrínseca de la misma.

7.2. Ponderación de preguntas

Para fijar la ponderación de cada pregunta se asignan pesos entre 1 y 5 según los aspectos que se evalúan o exhiben con la misma, tomando en cuenta también la dificultad de la pregunta.

Preguntas por número			
No.	Pregunta	No.	Pregunta
1	Identificación de curvas	7	Potencia disipada
2	Selección de material	8	Implicaciones de la frecuencia
3	Temperatura del cátodo.	9	Regiones de J constante
4	Área del cátodo	10	Diferencias teórica y experimental
5	Potencial en el diodo	11	Función “completa” de J
6	Potencial de la fuente	12	Corriente en el circuito

Asignación de puntos por pregunta													
No.	Elemento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	Comprensión del problema	1	2	4	1	2	3	3	3	3	3	3	3
2	Estructura de la solución.	0	1	4	0	0	2	1	0	0	2	2	0
3	Selección de datos	0	1	4	1	1	2	0	0	0	0	3	0
4	Aplicación de conceptos	2	3	4	1	1	3	3	3	2	3	2	3
5	Operatoria y aplicación de métodos	0	0	4	1	2	2	1	0	0	0	1	0
6	Discriminación	0	3	0	0	0	0	3	2	0	0	0	3
7	Extrapolación	0	0	0	0	0	0	3	3	0	2	0	0
8	Exactitud	1	1	4	2	3	3	0	1	0	1	1	1
9	Dificultad	1	1	4	1	2	2	2	2	1	2	2	2
	Totales	5	12	28	7	11	17	16	14	6	13	14	12
	Puntos	3	8	18	5	7	11	10	9	4	8	9	8

7.3. Guías para la calificación

Se presenta una guía que auxilie al calificador sobre qué buscar en las respuestas y cómo asignar puntos.

Ninguna calificación puede ser negativa, luego el mínimo es 0.

Por otro lado, en algunas preguntas se sugiere la asignación de puntos adicionales como bonificación por exhibir conocimiento o intuición especial.

Algunas evaluaciones proponen ir construyendo la nota sumando puntos según elementos mostrados en la respuesta, mientras que en otras se sugieren rangos de puntos de acuerdo con elementos evidenciados en las respuestas.

En cualquier caso el criterio del calificador es importante y esta guía sólo pretende coadyuvar a que la asignación de nota sea lo más objetiva posible.

7.3.1. Identificación de curvas (1) - 3 puntos

1. Muestra gráfica marcada correctamente: Sumar 1 puntos.
2. Explica correctamente: Sumar 2 puntos.
3. No hay congruencia entre explicación y marcas en gráfica: Restar 3 puntos.

La calificación es el mínimo entre los puntos sumados y 0 (no se puede obtener calificación negativa).

7.3.2. Selección de material del cátodo (2) - 8 puntos

Si comienza con temperaturas correctas de cátodos, definir $\alpha = 1$. De lo contrario, asignar un valor a este factor entre 0 y 0.5, dependiendo de lo mal que puedan estar las condiciones iniciales.

Si el trabajo muestra la comparación de temperaturas con la temperatura de fusión de los materiales, la nota preliminar será 8.

Si equivoca las comparaciones (compara temperatura de tungsteno con temperatura de fusión del cobre o viceversa), la nota preliminar será 0.

La nota del problema es el producto entre α y la nota preliminar.

Si falla en seleccionar correctamente el material basado en las comparaciones, la nota será 0.

7.3.3. Temperatura del cátodo (3) - 18 puntos

El problema se divide en 9 puntos para el cálculo de la temperatura en tungsteno y 9 puntos para el cálculo de la temperatura en el cobre.

La asignación de estos 9 puntos (por material) es:

1. Si empleó sólo el método gráfico y obtuvo un resultado consistente: 7 puntos.
2. Si empleó el método de aproximaciones y obtuvo un resultado correcto con dos decimales: 9 puntos.

3. Si empleó el método de secuencias y obtuvo un resultado correcto con dos decimales: 9 puntos + 5 puntos de bonificación.
4. Resultado numérico correcto con un decimal: 8 puntos.
5. Resultado numérico correcto en números enteros: 4 puntos.
6. Si el resultado es de menor exactitud o incorrecto: 0 puntos.

Si el resultado es incorrecto: 0 puntos

7.3.4. Área del cátodo (4) - 5 puntos

Este problema sólo requiere tener clara la relación entre densidad de corriente y corriente.

1. Respuesta correcta, numérica y dimensionalmente: 5 puntos.
2. Respuesta numérica, sin dimensionales: 2 puntos.
3. Respuesta numérica correcta, dimensionales equivocadas: 1 punto.
4. Respuesta numéricamente incorrecta: 0 puntos.

7.3.5. Diferencia de potencial entre ánodo y cátodo (5) - 7 puntos

Esta pregunta involucra despejar el voltaje en la *Ley de Child-Langmuir* y ser cuidadoso en las dimensionales y operatoria.

1. Respuesta numérica y dimensionalmente correcta: 7 puntos.
2. Respuesta con alguna deficiencia: Entre 0 y 5 puntos.

7.3.6. Valor máximo de voltaje de la fuente (6) - 11 puntos

Se espera que se use la *Ley de Kirchhoff* de voltajes para plantear la ecuación y que despeje el valor máximo de voltaje de la fuente.

1. Respuesta numérica y dimensionalmente correcta: 11 puntos.
2. Respuesta con alguna deficiencia: Entre 0 y 7 puntos.

7.3.7. Potencia disipada en la resistencia (7) - 10 puntos

La pregunta requiere una explicación apropiada, la cual puede estar respaldada matemáticamente o conceptualmente (aunque haciendo referencia a ecuaciones o leyes pertinentes).

1. Respuesta fuertemente soportada matemáticamente: 10 puntos + 3 puntos de bonificación.
2. Respuesta satisfactoriamente soportada matemáticamente: 10 puntos
3. Respuesta con alguna deficiencia: Entre 0 y 7 puntos.

7.3.8. Implicaciones de la frecuencia (8) - 9 puntos

1. Respuesta muestra que se reconoce el efecto de altas y bajas frecuencias: 9 puntos.
2. Respuesta muestra conocimiento parcial del papel de la frecuencia en el problema: 0 a 6 puntos.

7.3.9. Regiones de J constante (9) - 4 puntos

1. Respuesta indica que se identifica el voltaje del diodo como factor limitante (no se establece un campo eléctrico que pueda evacuar todos los electrones térmicos disponibles) de la densidad de corriente: 4 puntos.
2. Otras respuestas: 0 puntos.

7.3.10. Diferencias entre curvas experimentales y teóricas (10) - 8 puntos

1. Respuesta identifica el incumplimiento con presunciones en la Ley de Child-Langmuir (que no se dispone de una cantidad ilimitada de electrones térmicos) como principal causa de las diferencias: Sumar 5 o 6 puntos.
2. Respuesta identifica el incumplimiento con presunciones en Ley de Richardson (que Φ_w no sea mucho mayor que kT) como causa complementaria de las diferencias: Sumar 2 puntos.
3. Respuesta propone que el registro experimental pudiera ser incorrecto: Sumar 1 punto.

La calificación máxima de 8 puntos no debe ser excedida.

7.3.11. J en función de T y V (11) - 9 puntos

1. El desarrollo propone correctamente que la densidad de corriente está limitada por la temperatura, o por la diferencia de potencial en el ánodo: 9 puntos.
2. Desarrollos parciales: Entre 0 y 6 puntos.

7.3.12. Curva de corriente (12) - 8 puntos

1. La respuesta evidencia que la selección de curva representativa de la corriente en el circuito está fundamentada en la comprensión del fenómeno: 8 puntos.
2. La explicación es en general correcta, pero incompleta o ambigua en algunos aspectos: Entre 4 y 7 puntos.
3. La explicación es más una suposición intuitiva que una justificación lógica: Entre 0 y 4 puntos.

Referencias

- [1] Tsymbal, E. Y., *Physics 927 - Section 7: Free electron model*, Download:<https://unlcms.unl.edu/cas/physics/tsymbal/teaching/>
- [2] Langmuir, Irving. "The effect of space charge and residual gases on thermionic currents in high vacuum." *Physical Review* 2.6 (1913): 450.